

Introduzione al Calcolo ragionato

Gianfranco Arrigo
SMASI Lugano, NRD Bologna, BAOBAB Verbania

Gli esempi sono tratti da

I nostri amici numeri, Sapyent Editrice

Tre quaderni operativi: I-II / III / IV-V

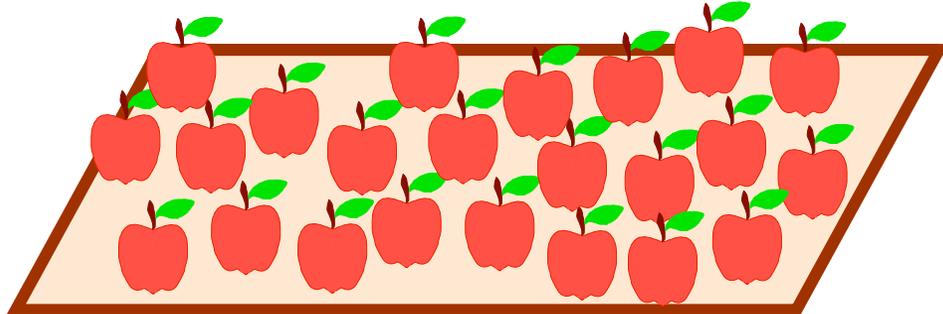
Cinque fascicoli estivi: uno per classe

Autori: G. Arrigo, M. Giacobbe, L. Maurizi

1. Sguardo all'addizione

Concettualizzazione:
contare, raggruppare e base 10

Da quad. I-II

<p>MELE</p> 	<p>GRUPPI DA 4</p> <p>5</p> <p>.....</p>	<p>MELE SOLE</p> <p>3</p> <p>.....</p>
--	--	--

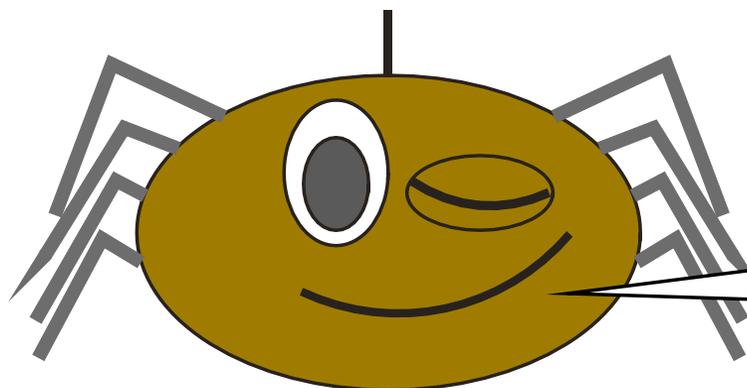
	<p>GRUPPO DI 10 DECINA (da)</p> <p>1</p> <p>.....</p>	<p>MONETE SOLE UNITÀ (u)</p> <p>5</p> <p>.....</p>
	<p>IN CIFRE</p> <p>15</p> <p>.....</p>	

Ricerca di strategie

Da quad. I-II

I NOSTRI AMICI SONO ANDATI A CERCARE FUNGHI.
ERCOLINO HA TROVATO UN SOLO PORCINO.
FILIBERTO NE HA TROVATI 2.
ARTURO NE HA TROVATI IL DOPPIO DI FILIBERTO
E GENOVEFFA IL DOPPIO DI ARTURO.
QUANTI PORCINI HANNO COLTO IN TUTTO I
NOSTRI AMICI?

CALCOLO: $1 + 2 + 4 + 8 = \dots$



IO HO FATTO COSÌ:
 $1 + 2 + 4 + 8 = (2 + 8) + (4 + 1) = 10 + 5 = 15$
FAAACILEEE, NO?

Per gli insegnanti

La **scomposizione additiva** di un numero naturale è un passo basilare nell'apprendimento. Per esempio

$$5 = 0+5 = 1+4 = 2+3 = \dots ; 10 = 2+8 = 3+7 = 4+6 = 5+5 = \dots$$

$$\text{E anche: } 100 = 70+30 \quad 70 = 50+20 \quad 1000 = 700+300$$

$$57 + 20 \quad 84 + 40 \quad 128 + 100 \quad 570 + 200 \quad \dots$$

La scomposizione additiva nel calcolo

$$7 + 8 = 7 + (3+5) = (7+3) + 5 = 10 + 5 = 15 \quad (\dots)$$

$$70 + 80 = 150 \quad (\dots)$$

$$17 + 38 = 10 + 30 + (7+8) = 40 + 15 = 55 \quad (\dots)$$

$$717 + 838 = 700 + 800 + (17+38) = 1'500 + 55 = 1'555 \quad (\dots)$$

Pluralità delle strategie

$$\begin{aligned} 247 + 465 &= 2 \text{ h} + 4 \text{ da} + 7 \text{ u} + 4 \text{ h} + 6 \text{ da} + 5 \text{ u} = \\ &= 6 \text{ h} + 10 \text{ da} + 12 \text{ u} = 6 \text{ h} + 1 \text{ h} + (1 \text{ da} + 2 \text{ u}) = 7 \text{ h} + 1 \text{ da} + 2 \text{ u} \end{aligned}$$

oppure

$$= (247+500) - 35 = 747 - 35 = (747-30) - 5 = 717-5 = 712$$

oppure

$$\begin{aligned} &= ((250+500) - 3) - 35 = (750-3) - 35 = 747 - 35 = \\ &= (747-40) + 5 = 707 + 5 = 712 \quad (\dots) \end{aligned}$$

Nel **calcolo ragionato** le regole sono ridotte al minimo, le possibilità sono molte e c'è posto anche per altre.

L'alunno entra, in modo armonioso, nel **linguaggio algebrico** (prime espressioni di **calcolo in riga**), il calcolo è **esplicito**, l'allievo procede seguendo un **proprio ragionamento** che esprime liberamente.

Fissazione di alcune strategie Promemoria di Genoveffa

Da quad. IV-V

$$357 + 400 = 757$$

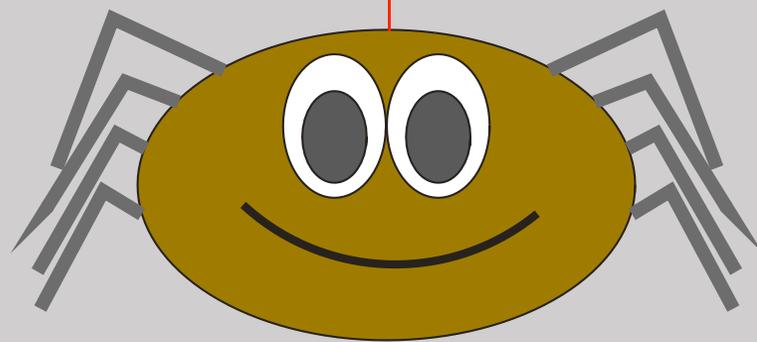
$$132 + 19 + 21 = 132 + (19+21) = 132 + 40 = 172$$

$$145 + 157 + 34 = (145+155) + 2 + 34 = 300 + 36 = 336$$

$$\begin{aligned} 5 + 5 + 3 + 3 + 3 + 6 + 6 + 3 + 4 + 4 + 4 + 4 + 3 + 5 + 4 + 6 &= \\ = 5 \times 3 + 3 \times 5 + 6 \times 3 + 4 \times 5 &= 15 + 15 + 18 + 20 = 68 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 607 + 606 + 595 + 606 &= \\ = 600 \times 4 + (7 + 6 - 5 + 6) &= 2400 + 14 = 2414 \end{aligned}$$

L'apprendimento delle tecniche di calcolo si costruisce operando in situazioni diverse, confrontando i vari modi incontrati, valutandone comodità (facilità) e preferenze.



ESERCIZIO

Esempi di addizioni

$$87 + 36 = 80 + 7 + 30 + 6 = 110 + 13 = 123$$

$$87 + 36 = 8 \text{ da} + 7 \text{ u} + 3 \text{ da} + 6 \text{ u} = 11 \text{ da} + 13 \text{ u} = 1 \text{ h} + 1 \text{ da} + \\ + 1 \text{ da} + 3 \text{ u} = 1 \text{ h} + 2 \text{ da} + 3 \text{ u}$$

$$37 + 126 + 63 + 24 = (37 + 63) + (126 + 24) = 100 + 150 = 250$$

$$55 + 238 + 28 + 15 = (55 + 15) + (238 + 22) + 6 = \\ = 70 + 260 + 6 = 336$$

$$44 + 39 + 38 + 41 + 42 + 37 = 40 \times 6 + 4 - 1 - 2 + 1 + 2 - 3 = \\ = 240 + 1 = 241$$

2. Sguardo alla sottrazione

Concettualizzazione

(addizione e sottrazione)

Da quad. I-II

DAL PIÙ NASCE IL MENO

GENOVEFFA PROPONE UN NUOVO GIOCO. DEVI TROVARE QUALI NUMERI SONO NASCOSTI DAI FANTASMINI.

$$5 + \text{👻}3 = 8$$

$$\text{👻}9 + 3 = 12$$

$$10 + \text{👻}0 = 10$$

SENZA FANTASMINO SI PUÒ SCRIVERE:

$$8 - 5 = 3$$

$$12 - 3 = 9$$

$$10 - 10 = 0$$

SI LEGGE: OTTO MENO 5 UGUALE A TRE, ECC. A TE!

$$\text{👻} + 5 = 11$$

CHE SI SCRIVE

$$\dots - \dots = \dots$$

ORA PROVA A ESEGUIRE QUESTI CALCOLI

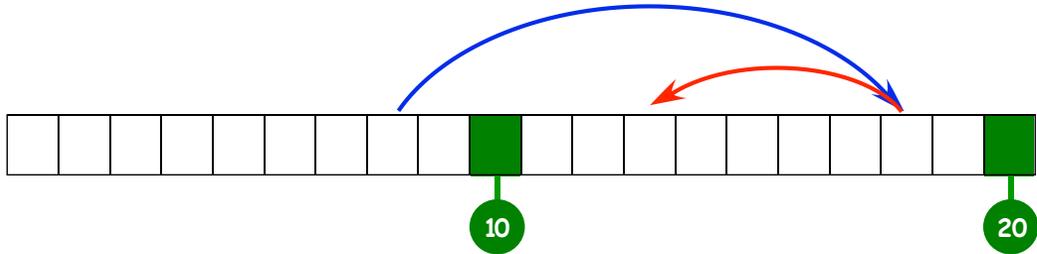
$$9 - 7 = \dots$$

(...)

Concettualizzazione (continua)

(addizione e sottrazione)

Da quad. I-II

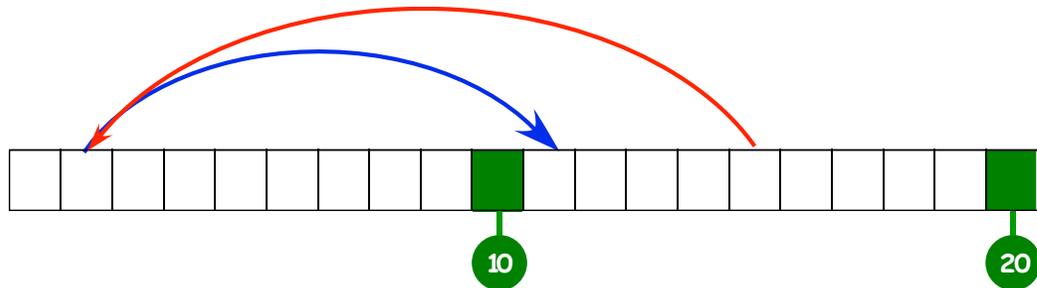


SI PARTE DALLA CASELLA 8, SI AVANZA DI 10 CASELLE (FRECCIA BLU) E POI SI INDIETREGGIA DI 5 CASELLE (FRECCIA ROSSA).



QUESTI DUE SPOSTAMENTI GENOVEFFA LI SCRIVE COSÌ:
 $8 + 10 - 5 = 13$

ORA TOCCA A TE.
COME SCRIVEREBBE GENOVEFFA I DUE SPOSTAMENTI INDICATI DALLA FIGURA SEGUENTE?



Costruzione di algoritmi (sottrazione)

Da quad. IV-V

$$77 - 13 = (77 - 10) - 3 = 67 - 3 = 64$$

oppure

$$= (77 - 3) - 10 = 74 - 10 = 64$$

Sottrazione dal basso all'alto detta anche "della cassiera"

$$83 - 58 = ?$$



quindi:

$$83 - 58 = 2 + 20 + 3 = 25$$



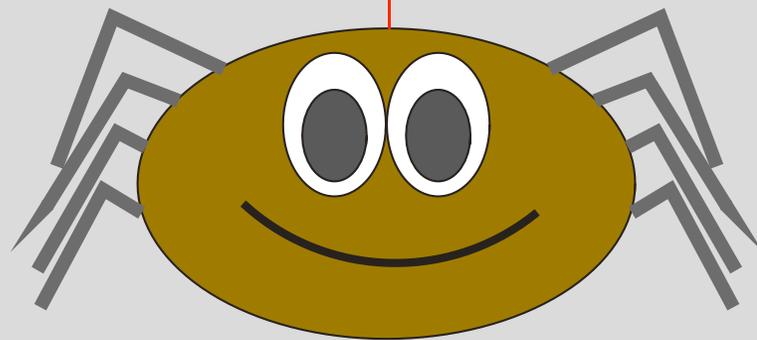
GRANDE GENO!
OGNI SOTTRAZIONE POSSO
TRASFORMARLA IN UNA
FACILE ADDIZIONE.

Le operazioni acquistano senso nella realtà!



Luca possiede 150 figurine di calciatori, delle quali 50 sono doppie e 30 triple. Quante figurine diverse possiede?

Da una somma di 3200 € vengono prelevati dapprima 1000 € poi due volte 1075 €. Quanto rimane?



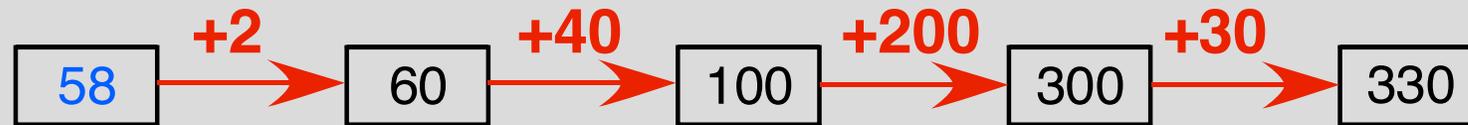
ESERCIZIO

Esempi di sottrazioni

$$580 - 86 = (580 - 80) - 6 = 500 - 6 = 494$$

$$330 - 58 = (330 - 60) + 2 = 270 + 2 = 272$$

esecuzione “dal basso in alto”: $330 - 58 = ?$



dunque: $330 - 58 = 2 + 40 + 200 + 30 = 2 + 270 = 272$

$$784 - 546 = 4 + 50 + 100 + 80 + 4 = 230 + 8 = 238$$

3. Problemi con addizioni e sottrazioni

Problemi con addizioni e sottrazioni

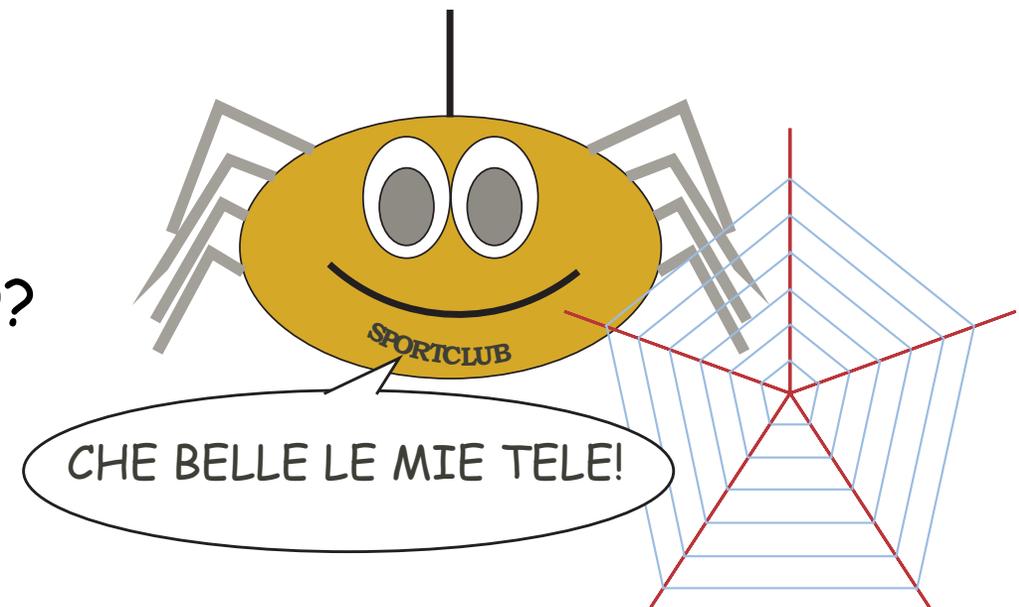
ERCOLINO DI NOTTE HA TESSUTO 7 TELE.

DI GIORNO HA TESSUTO ALTRE TELE.

ALLA SERA AMMIRA IL SUO LAVORO.

IN TUTTO SONO 10 TELE.

QUANTE TELE HA TESSUTO DI GIORNO?



Problemi con addizioni e sottrazioni

UN CAMIONISTA HA SCARICATO 10 CASSE.
SUL CAMION NE AVEVA 16.

QUANTE CASSE RIMANGONO SUL CAMION?

FRANCESCO HA 7 ANNI E GIOVANNI, CHE NE HA 15, NOTA CHE LA
SUA ETÀ È ESATTAMENTE LA SOMMA DELLE ETÀ DI FRANCESCO
E DI LUCA.

QUANTI ANNI HA LUCA?

QUANTI ANNI AVEVA GIOVANNI QUANDO È NATO FRANCESCO?

Problemi con addizioni e sottrazioni

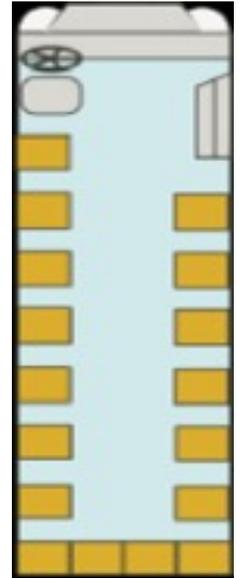
QUESTO SCUOLABUS HA SULLA SINISTRA UNA FILA DI 7 SEDILI SINGOLI, SULLA DESTRA UNA FILA DI 6 SEDILI SINGOLI E IN FONDO UNA PANCA DI 4 POSTI.

VI SALGONO 11 SCOLARI. 3 SI SIEDONO SULLA PANCA.

QUANTI POSTI POTREBBERO ESSERE OCCUPATI IN CIASCUNA DELLE DUE FILE?

UN GIORNO SALGONO 20 SCOLARI. 13 OCCUPANO LE DUE FILE.

QUANTI SI SONO SEDUTI SULLA PANCA?



Problemi con addizioni e sottrazioni

ALLA FINE DI UN TORNEO DI CALCIO, LE SQUADRE DEI ROSSI E DEI BLU SONO GIUNTE A PARI PUNTI.

VINCE IL TORNEO CHI HA LA MAGGIORE DIFFERENZA RETI.

I ROSSI HANNO SEGNATO 24 RETI E NE HANNO INCASSATE 15.

I BLU HANNO SEGNATO 33 RETI E NE HANNO INCASSATE 25.

QUALE SQUADRA HA VINTO IL TORNEO?

Problemi con addizioni e sottrazioni

Da quad. IV-V

Piramidi di sfere

Ecco una piramide quadrangolare di 6 piani:
Puoi provare a costruirne qualcuna anche tu, per esempio con palline da tennis come quella rappresentata sopra.



Hai fatto qualche costruzione? Potresti usare anche arance, mandarini o altre cose di forma sferica.

Ora proviamo a calcolare il numero di palline necessarie.

Ecco una tabella che ti invitiamo a completare:

Un problema con addizioni

Da quad. IV-V

strati	calcolo	totale
1	1	1
2	1+4	5
3	1+4+9	

(...)

10		
----	--	--

$$\begin{aligned} & 1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36 + 49 + 64 + 81 + 100 = \\ & = (4+16) + (36+64) + (49+81) + (1+9) + 25 + 100 = 20 + 100 + 130 + 10 + 25 + 100 = \\ & = 330 + 55 = 385 \end{aligned}$$



Per gli insegnanti

Come definireste il Calcolo ragionato?

Quali qualità attribuireste al Calcolo ragionato?

Quali svantaggi intravedete nel Calcolo ragionato, rispetto al calcolo in colonna?

Nel Calcolo ragionato, l'alunno non segue un iter prefabbricato e memorizzato, ma è libero di agire come crede. Considerate questo un vantaggio o uno svantaggio?

Di fronte a un procedimento usato da un alunno, corretto ma che non vi piace, come vi comportereste?

Adottando la filosofia del Calcolo ragionato, ritenete che siano avvantaggiati gli alunni più «forti» o quelli più «deboli»?

4. Sguardo alla moltiplicazione

Per gli insegnanti

La **moltiplicazione** in \mathbb{N} permette di compiere un passo importante nell'apprendimento del calcolo. Insieme alla divisione completa la quaterna di operazioni basilari dell'aritmetica scolastica.

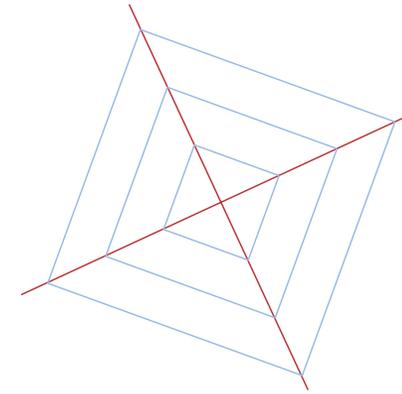
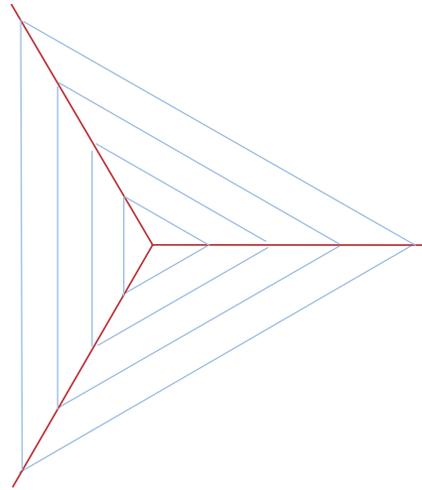
Tutte le operazioni aritmetiche si basano sull'addizione, ma l'addizione l'abbiamo costruita come modo comodo per contare; deduciamo che, in ultima analisi, **calcolare** significa **contare**.

Contare vuol dire trovare la **cardinalità** di un insieme, cioè rispondere alla domanda «Quanti sono gli elementi dell'insieme?»

Si può contare appoggiandosi direttamente alla successione dei numeri naturali, oppure con metodi particolari della combinatoria.

Concettualizzazione

(dall'addizione alla moltiplicazione)

3 PARTI DI **4**..... FILI CIASCUNA

$$\dots + \mathbf{4} + \mathbf{4} + \mathbf{4} = \mathbf{12}$$

SCRIVIAMO

$$3 \times 4 = 12$$

4 PARTI DI **3**..... FILI CIASCUNA

$$\mathbf{3} + \mathbf{3} + \mathbf{3} + \mathbf{3} = \mathbf{12}$$

SCRIVIAMO

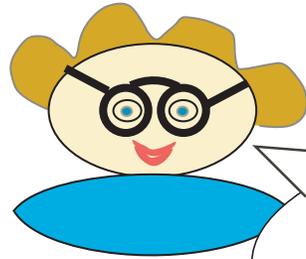
$$4 \times 3 = 12$$

$$3 \times 4 = 4 \times 3 = 12$$

Concettualizzazione

(dall'addizione alla moltiplicazione)

Da quad. III



LA MOLTIPLICAZIONE
È PRIMA DI TUTTO
UN MODO COMODO PER SCRIVERE ADDIZIONI
CON ADDENDI TUTTI UGUALI. PER ESEMPIO:
5+5+5+5 SI SCRIVE 5x4 OPPURE 4x5
SI LEGGE "5 PER 4" OPPURE "4 PER 5"

Capito? Completa la tabella:

INSIEMI	ADDIZIONE	MOLTIPLICAZIONE
6 paia di calze sono	$2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 12$ calze	$2 \times 6 = 12$ calze oppure $6 \times 2 = 12$ calze
5 trii musicali sono	suonatori	
3 quadrifogli hanno	foglie	

Da quad. III

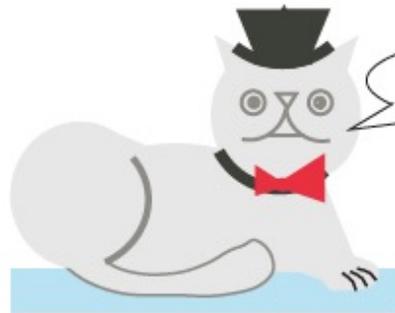
4 settimane sono	$7+7+7+7 = 28$ giorni	$7 \times 4 = 4 \times 7 = 28$
7 biciclette hanno	ruote	



Costruzione di algoritmi

(La mitica tavola pitagorica)

x	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100



LA MITICA... CHE?

TAVOLA DETTA "DI PITAGORA",
UN GRANDE SAPIENTE NATO 2600 ANNI FA
NELL'ISOLA GRECA DI SAMOS, OGGI META
TURISTICA, UN TEMPO FAMOSA PER I SUOI
VASI. PITAGORA VIAGGIÒ IN MEDIO ORIENTE
E IN AFRICA E IMPARÒ
MOLTA MATEMATICA.



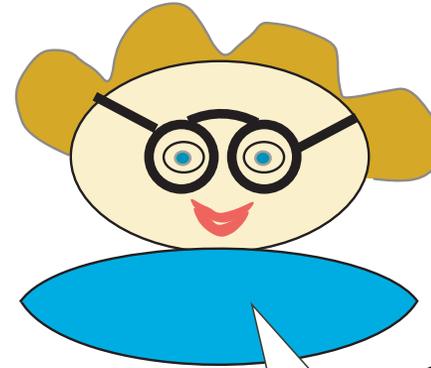
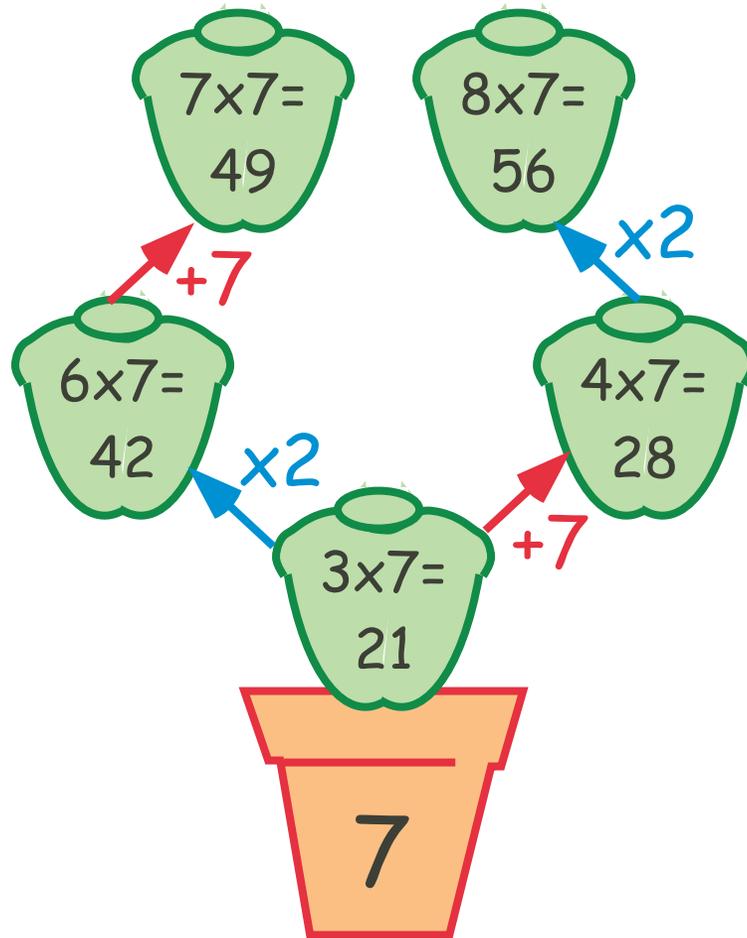
DOVREMO STUDIARE
A MEMORIA TUTTI QUESTI
NUMERI?



IO LI COSTRUISCO:
 $7 \times 2 = 7 + 7 = 14$, $7 \times 3 = 14 + 7 = 21$,
 $7 \times 4 = 21 + 7 = 28$, ...
COSTRUIENDO SI RICORDA!

Costruiamo le tabelline

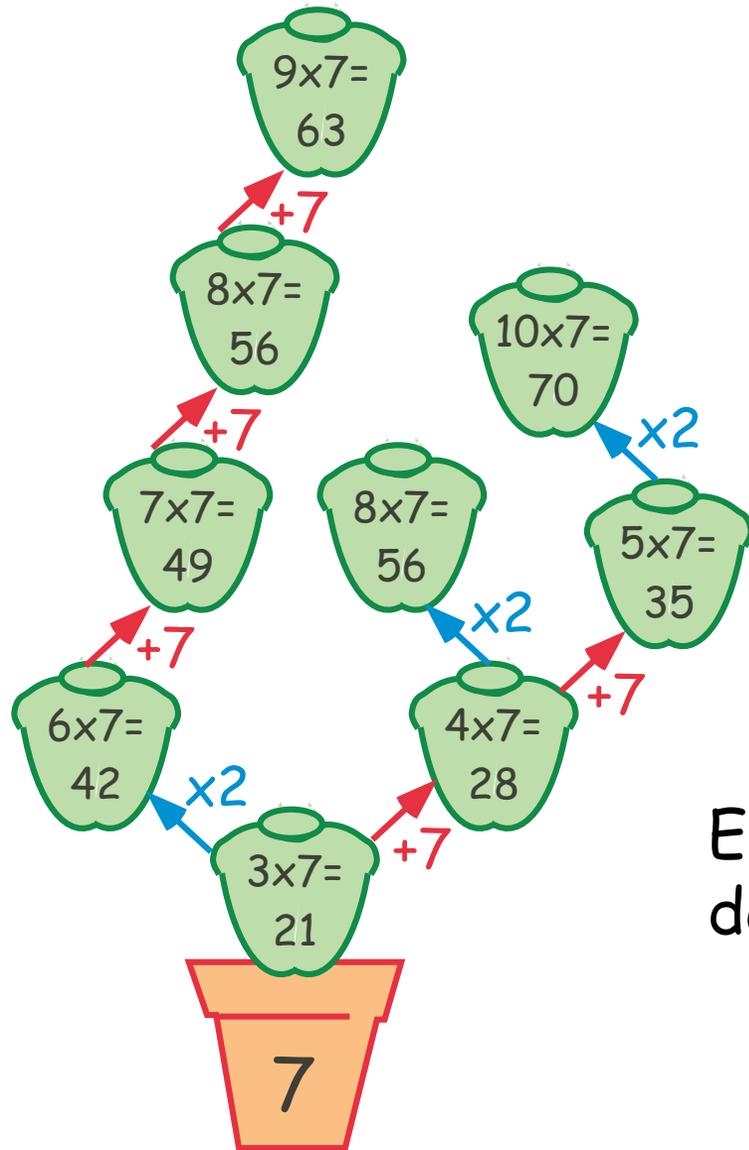
Da quad. III



TI PIACE LA MIA
NUOVA PIANTA?
È UNA COLOCASIA
TABELLINIS

Costruiamo le tabelline

Da quad. III



Ercolino
l'ha ampliata così

E Genoveffa ne vorrebbe altre,
del 5, del 6, dell'8 e del 9!

Costruzione personale delle tabelline

Proposta quad. III

Ogni alunno riceve una tavola pitagorica completa ed è invitato a cancellare le tabelline che conosce bene.

Le più facili, subito, le altre a mano a mano che riesce a memorizzarle.

Procedendo, rimarranno solo i risultati più difficili: un'ultima sfida.

Quando saranno tutti cancellati, il gioco è fatto!

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Stadio iniziale

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Stadio intermedio

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Stadio finale

Per gli insegnanti

Oltre alle tabelline, vale la pena di calcolare ed eventualmente memorizzare qualche quadrato oltre il 100. Per esempio:

$$11 \times 11 = 11 \times 10 + 11 = 110 + 11 = 121$$

$$12 \times 12 = 12 \times 10 + 12 \times 2 = 120 + 24 = 144$$

$$15 \times 15 = 15 \times 10 + 15 \times 5 = 150 + 75 = 225$$

$$20 \times 20 = 400 ; 30 \times 30, \text{ ecc.}$$

$$25 \times 25 = 25 \times 20 + 25 \times 5 = 500 + 125 = 625$$

Esempi di applicazione nei calcoli:

$$12 \times 13 = 12 \times 12 + 12 = 144 + 12 = 156$$

$$15 \times 17 = 15 \times 15 + 30 = 225 + 30 = 255$$

Combinare moltiplicazione con addizione e sottrazione è un gioco divertente e proficuo.

Costruzione e fissazione di algoritmi

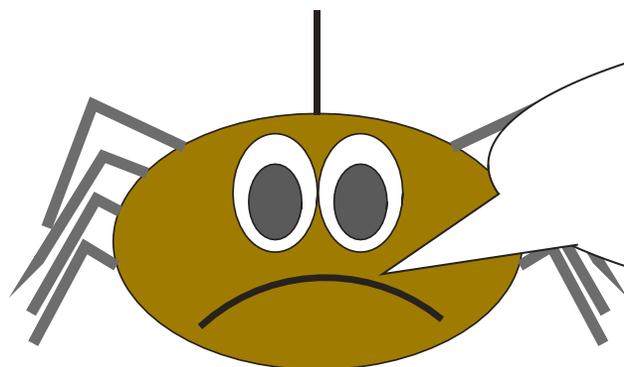
Da quad. IV-V

(distributività della moltiplicazione)

Ricorda! Per calcolare 238×4 , se vuoi scomporre 238 in $200 + 30 + 8$, devi poi moltiplicare per 4 **ogni** addendo:

$$(200+30+8) \times 4 = 200 \times 4 + 30 \times 4 + 8 \times 4 = 800 + 120 + 32 = 952$$

Potresti però anche moltiplicare due volte per 2, oppure ...



PARLI BENE TU!
HO PROVATO A SEGUIRE IL TUO CONSIGLIO PER
CALCOLARE 386×27 .
 $(300+80+6) \times (20+7) = 300 \times 20 + 300 \times 7 + \dots$ AIUTOOOO!

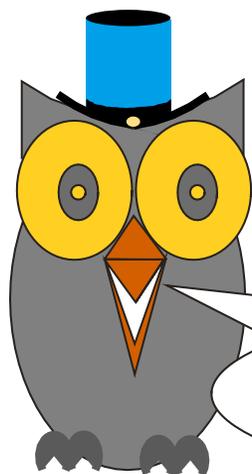
Costruzione e fissazione di algoritmi

(la moltiplicazione con la tabella)

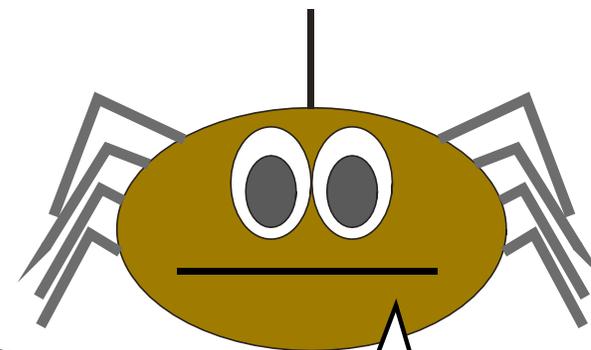
×	300	80	6
20	6000	1600	120
7	2100	560	42

Eseguiamo le moltiplicazioni nelle caselle e infine sommiamo tutti i risultati della tabella:

$$\begin{aligned}
 &6000 + (2100 + 1600) + (560 + 120) + 42 = 6000 + 3700 \\
 &+ 680 + 42 = 9700 + 600 + 80 + 42 = \\
 &= 10'380 + 42 = 10'422
 \end{aligned}$$



GENIALE!
COSÌ ANCHE UNA MOLTIPLICAZIONE LA PUOI
TRASFORMARE IN ADDIZIONE.

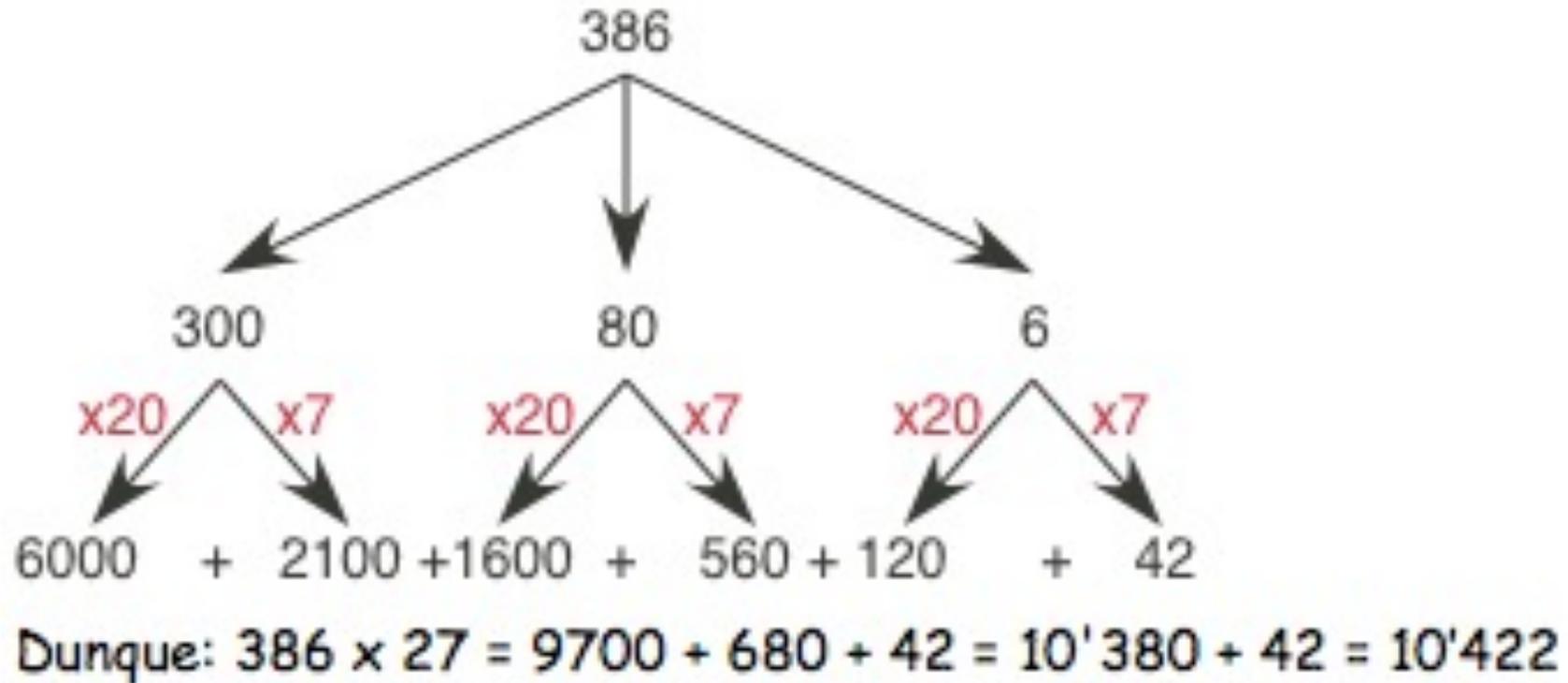


CARO FILI,
NON È AFFATTO
UNA NOVITÀ!

Costruzione e fissazione di algoritmi

Da quad. IV-V

(l'albero che schematizza la proprietà distributiva)



[Altri metodi: quello degli Egizi, interessante, e quello “in colonna”, più conosciuto. Tutti presentati sul quaderno di IV-V]

Altri esempi

Da quad. IV-V

Attenzione: i risultati non sono garantiti.

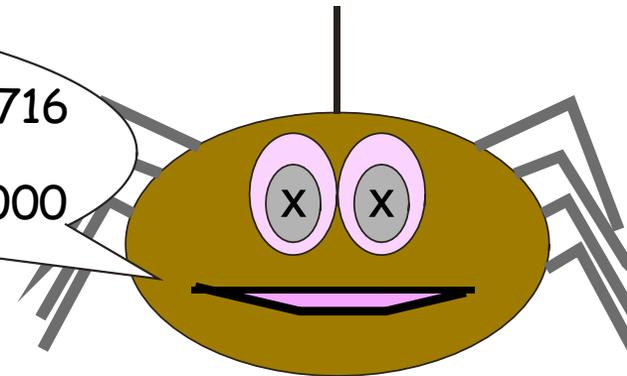
$328 \times 64 = 20'992$	$199 \times 84 =$	$274 \times 111 = 30'414$
$121 \times 121 = \del{14'461}$	$25 \times 35 \times 4 =$	$125 \times 57 \times 8 =$

↓
14'641

IO HO FATTO COSÌ:

$$199 \times 84 = 200 \times 84 - 84 = 16'800 - 84 = 16'716$$

$$125 \times 57 \times 8 = (125 \times 8) \times 57 = 1000 \times 57 = 57'000$$



Tecniche raffinate

Prendiamo spunto dall'intervento di Ercolino:

$$125 \times 57 \times 8 = (125 \times 8) \times 57 = 1000 \times 57 = 57'000$$

È utile ricordare che:

$$2 \times 5 = 10 \quad ; \quad 2 \times 50 = 100 \quad ; \quad 4 \times 25 = 100 \quad ; \quad 5 \times 20 = 100$$

$$8 \times 125 = 1000 \quad ; \quad 4 \times 250 = 1000 \quad ; \quad 2 \times 500 = 1000$$

Come sfruttare questi semplici risultati?

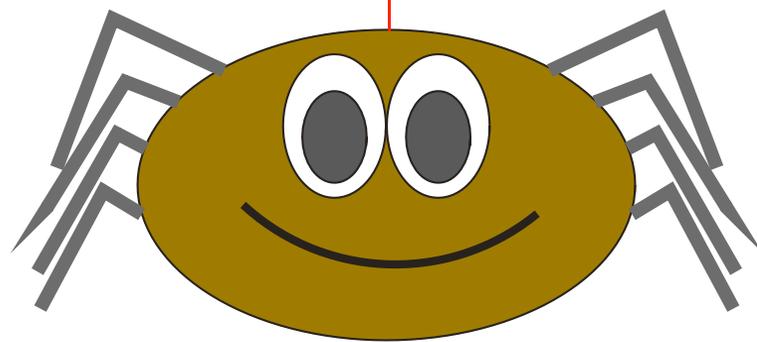
$$4 \times 97 \times 25 = (4 \times 25) \times 97 = 100 \times 97 = 9700$$

$$6 \times 133 \times 5 = (3 \times 2) \times 133 \times 5 = (2 \times 5) \times (3 \times 133) = 10 \times 399 = 3990$$

$$25 \times 68 = 25 \times (4 \times 17) = (25 \times 4) \times 17 = 100 \times 17 = 1700$$

$$68 \times 25 = (68 \times 100) : 4 = (6800 : 2) : 2 = 3400 : 2 = 1700$$

$$28 \times 750 = (7 \times 4) \times (250 \times 3) = (4 \times 250) \times (7 \times 3) = 1000 \times 21 = 21'000$$



ESERCIZIO

Esempi di moltiplicazioni

$$24 \times 7 = (20 + 4) \times 7 = 20 \times 7 + 4 \times 7 = 140 + 28 = 168$$

$$35 \times 29 = 35 \times (30 - 1) = 35 \times 30 - 35 = 1050 - 35 = 1015$$

Con la tabella: $278 \times 35 = ?$

x	200	70	8
30	6000	2100	240
5	1000	350	40

$$\begin{aligned} & 6000 + (2100 + 1000) + (240 + 350) + 40 = \\ & = 6000 + 3100 + 590 + 40 = \\ & = 9100 + 590 + 10 + 30 = 9700 + 30 = 9730 \end{aligned}$$

Dunque: $278 \times 35 = 9730$

$$75 \times 52 = (25 \times 3) \times (13 \times 4) = (25 \times 4) \times (13 \times 3) = 100 \times 39 = 3900$$

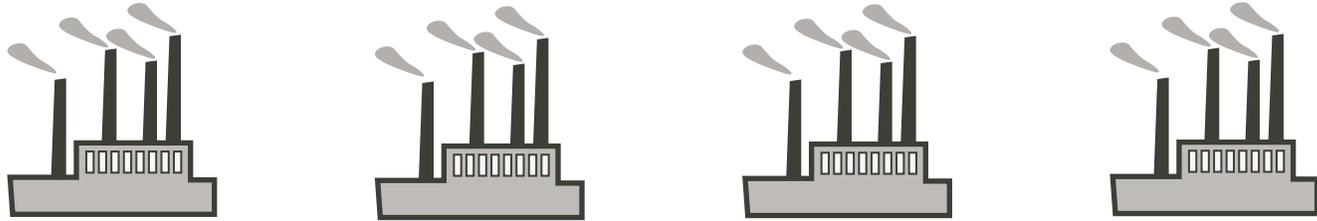
$$\begin{aligned} 30 \times 58 \times 35 &= (5 \times 3 \times 2) \times (29 \times 2) \times (5 \times 7) = (5 \times 5) \times (2 \times 2) \times (21 \times 29) = \\ &= (25 \times 4) \times (630 - 21) = 100 \times 609 = 60'900 \end{aligned}$$

$$21 \times 29 = 20 \times 29 + 29 = 580 + 29 = 609$$

Esempi di problemi

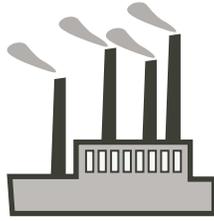
Da quad. I-II

QUANTE CIMINIERE ?



SCRIVI IL CALCOLO USANDO SOLO IL +

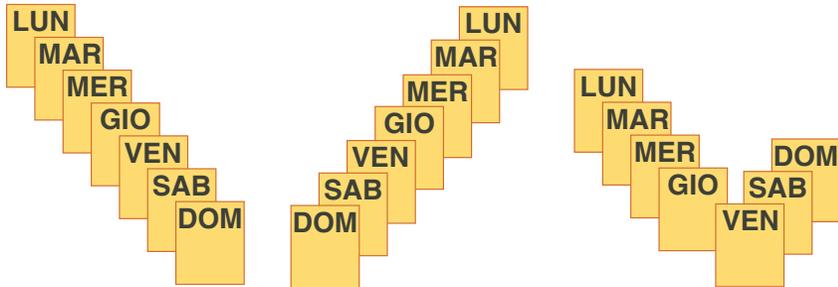
.....



SCRIVI IL CALCOLO USANDO SOLO IL x

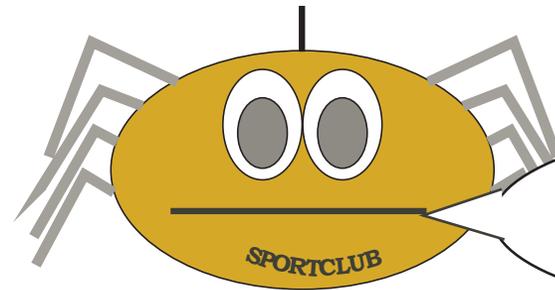
.....

QUANTI FOGLIETTI ?



SCRIVI IL CALCOLO COME PREFERISCI

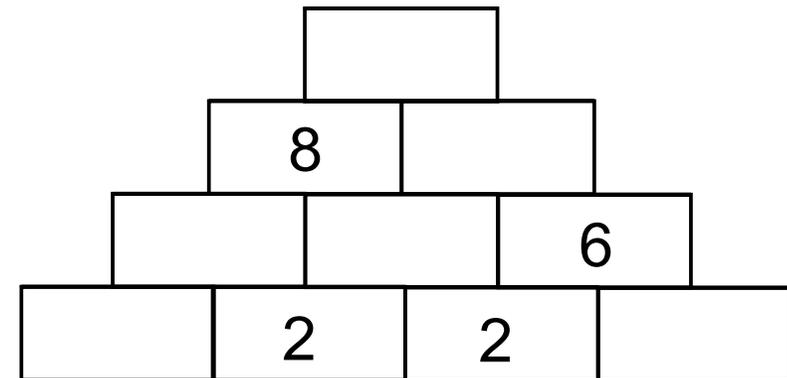
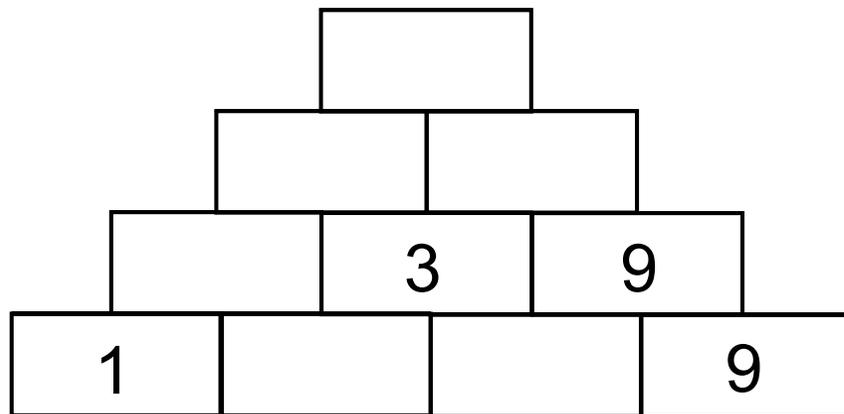
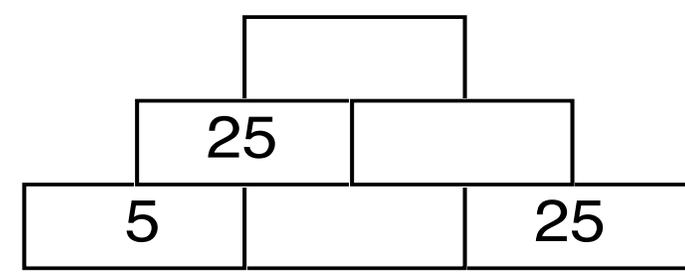
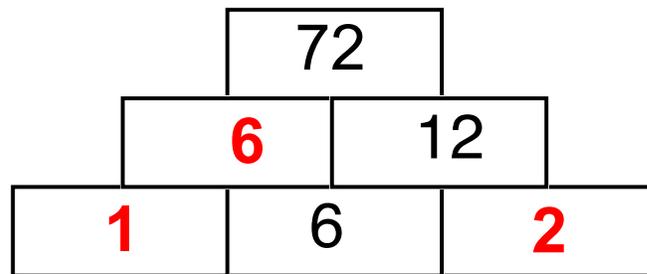
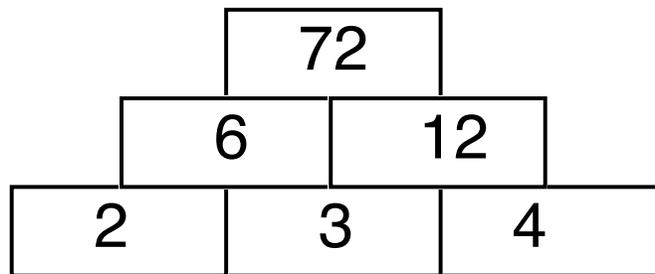
.....



FINALMENTE SI PUÒ SCRIVERE
COME SI VUOLE!
IO PREFERISCO IL PER: È MOLTO PIÙ
COMODO.

Le piramidi del "per"

Osserva bene la prima piramide e di conseguenza, completa le altre.



5. Sguardo alla divisione

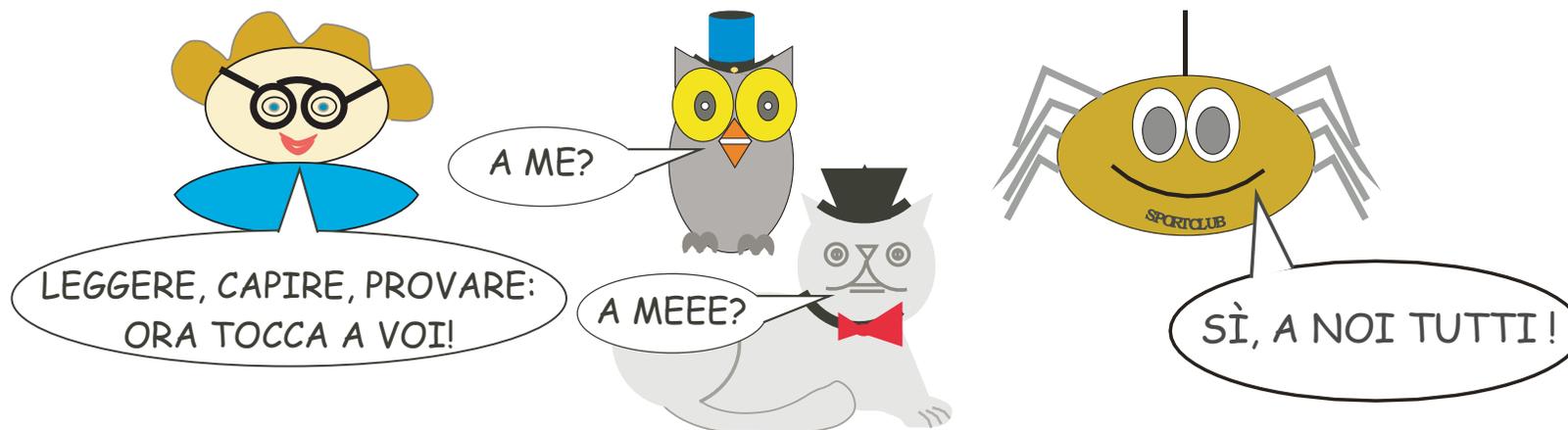
Finalmente... la divisione (il "diviso")

Da quad. III

Così dice Genoveffa

Scrivi i numeri mancanti:

$3 \times 7 = \dots\dots\dots$	$\dots\dots\dots \times 7 = 21$	$3 \times \dots\dots\dots = 21$
Fatto? Ora, tu conosci il risultato e uno dei fattori. Come puoi trovare l'altro?	$21 : 7 = 3$ si legge: "21 diviso 7 = 3"	$21 : 3 = \dots\dots\dots$ si legge: "21 diviso 3 = 7"



Primi esempi di divisioni

Da quad. III

$5 \times 4 = \dots\dots\dots \square$	$20 : 4 = \dots\dots\dots \square$	$20 : 5 = \dots\dots\dots \square$
$6 \times 8 = \dots\dots\dots \square$	$\dots\dots\dots : \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \square$	$\dots\dots\dots : \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \square$
$9 \times 3 = \dots\dots\dots \square$	$\dots\dots\dots : \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \square$	$\dots\dots\dots : \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \square$
$7 \times 5 = \dots\dots\dots \square$	$\dots\dots\dots : \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \square$	$\dots\dots\dots : \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \square$

Esempi di problemi

Un album è composto di 30 fogli.
Quante pagine ha?

Marina vuole incollarvi 27 fotografie
mettendone 3 per pagina.
Quante pagine rimarranno vuote?



La divisione oltre la Tavola Pitagorica

Da quad. III

$$320 : 40 = 32 : 4 = 8 \quad \text{¶}$$

$$560 : 7 = (56 : 7) \times 10 = 8 \times 10 = 80 \quad \text{¶}$$

$$60 : 4 = (60 : 2) : 2 = 30 : 2 = 15 \quad \text{¶}$$

$$600 : 15 = (600 : 3) : 5 = 200 : 5 = 40 \quad \text{¶}$$

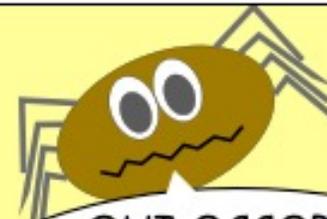


CIOÈ:
BISOGNA ARRIVARE
A DIVISIONI DELLA T.P.

$$54 : 3 = (30 + 24) : 3 = (30 : 3) + (24 : 3) = 10 + 8 = 18 \quad \text{¶}$$

$$117 : 9 = (90 + 27) : 9 = (90 : 9) + (27 : 9) = 10 + 3 = 13 \quad \text{¶}$$

$$192 : 8 = (80 + 80 + 32) : 8 = (80 : 8) + (80 : 8) + (32 : 8) = \\ = 10 + 10 + 4 = 24 \quad \text{¶}$$



QUI OCCORRE
SCOMPORRE IL
DIVIDENDO IN MULTIPLI
DEL DIVISORE!

La divisione in \mathbb{N} : situazioni non agevoli

$845 : 65 = ?$ Cioè: quante volte il 65 sta in 845?

$$\xrightarrow{65 \times 10} 650 \xrightarrow{+ 65 \times 3} 845$$

$$845 : 65 = 10 + 3 = 13$$

$2632 : 56 = ?$

$$\xrightarrow{56 \times 20} 1120 \xrightarrow{+ 56 \times 20} 2240 \xrightarrow{+ 56 \times 5} 2520 \xrightarrow{+ 56 \times 2} 2632$$

$$2632 : 56 = 20 + 20 + 5 + 2 = 47$$

Si potrebbe anche operare con 56×10 . La catena si allunga un po', ma il calcolo risulta più facile.

[Altro modo: la divisione "in colonna", parecchio difficile, vedi quaderno di IV-V]

La divisione in \mathbb{N} con resto

$$\begin{aligned} 823 : 9 &= (810 + 13) : 9 = 810 : 9 + 13 : 9 = 90 + (9 + 4) : 9 = \\ &= 90 + 9 : 9 + 4 : 9 = 91 + 4 : 9 \text{ (oppure } 91 \text{ con resto } 4; 91 \text{ R}4\text{)} \end{aligned}$$

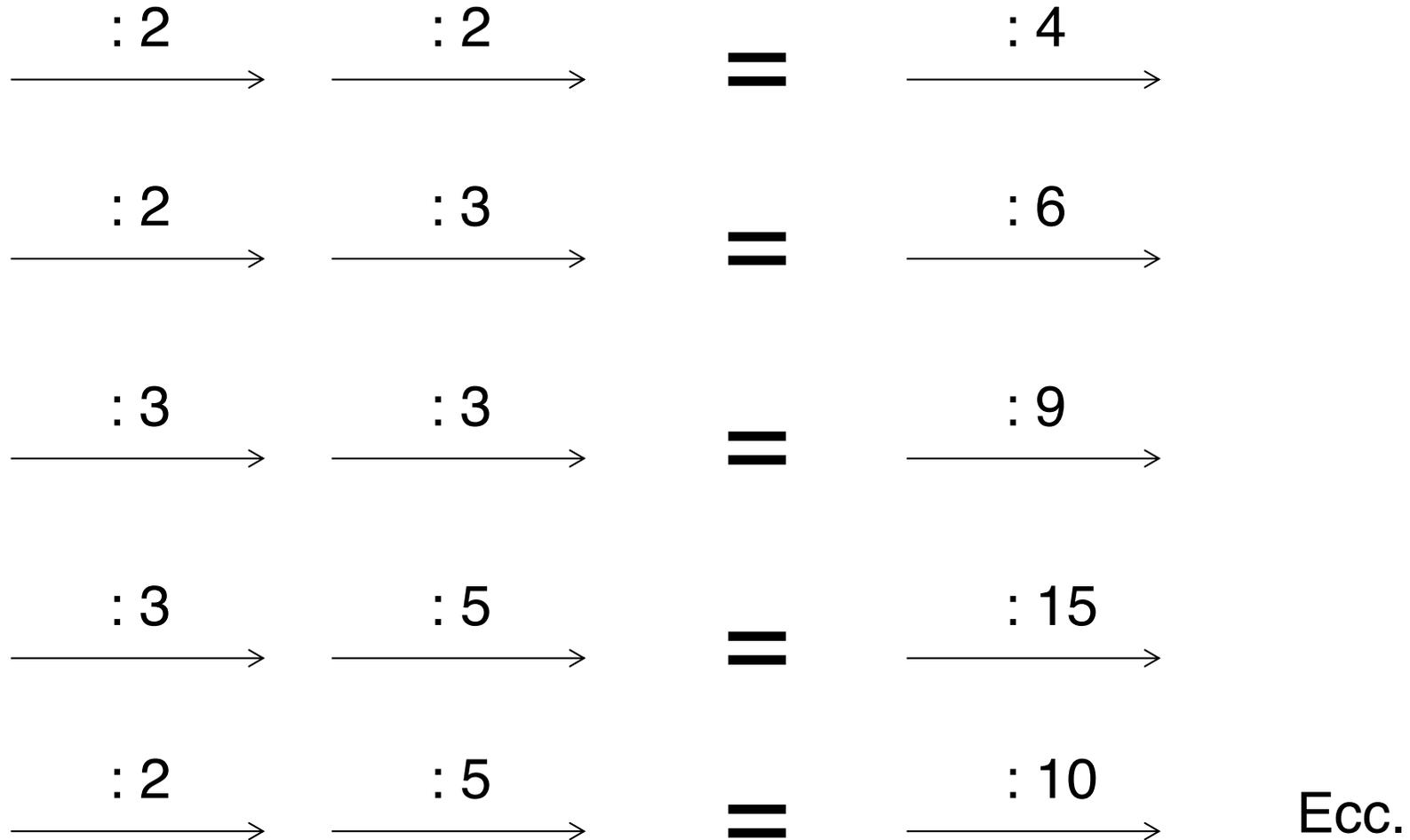
$$871 : 65 = ?$$

$$\begin{array}{l} \xrightarrow{65 \times 10} 650 \xrightarrow{+ 65 \times 3} 845 \\ \text{resto: } 871 - 845 = 26 < 65 \end{array}$$

$$871 : 65 = 10 + 3 + 26 : 65 = 13 + 26 : 65$$

$$\text{oppure} = 13 \text{ con resto } 26 \text{ (} 13 \text{ R } 26\text{)}$$

Composizioni di operatori divisivi



Composizioni di operatori misti

$$\xrightarrow{\times 2} \quad \xrightarrow{: 2} \quad = \quad \xrightarrow{\times 1}$$

$$\xrightarrow{\times 12} \quad \xrightarrow{: 4} \quad = \quad \xrightarrow{\times 3}$$

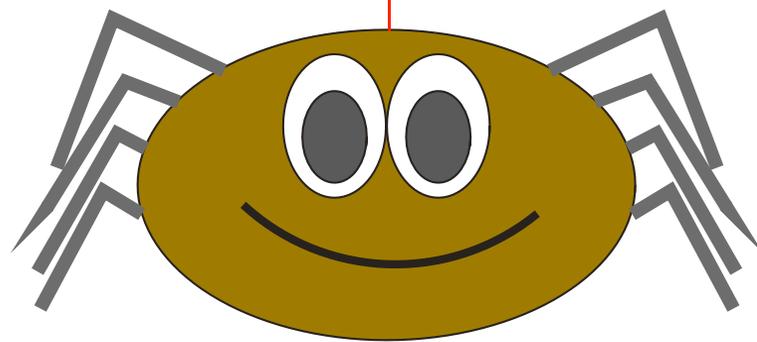
$$\xrightarrow{: 10} \quad \xrightarrow{\times 2} \quad = \quad \xrightarrow{: 5}$$

$$\xrightarrow{\times 100} \quad \xrightarrow{: 4} \quad = \quad \xrightarrow{\times 25}$$

$$\xrightarrow{: 5} \quad \xrightarrow{: 20} \quad = \quad \xrightarrow{: 100}$$

$$\xrightarrow{: 1000} \quad \xrightarrow{\times 8} \quad = \quad \xrightarrow{: 125}$$

Ecc.



ESERCIZIO

Esempi di divisioni

$$63 : 7 = 9 \text{ (dalle tabelline)}$$

$$91 : 7 = (70 + 21) : 7 = (70 : 7) + (21 : 7) = 10 + 3 = 13$$

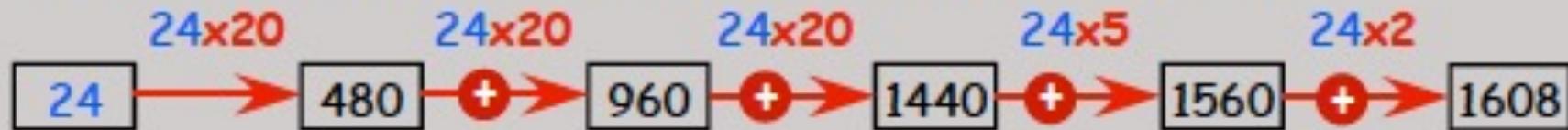
(scomposizione additiva con multipli del divisore)

$$720 : 80 = 72 : 8 = 9 \text{ (uso semplice della proprietà invariantiva)}$$

$$132 : 33 = (132 : 3) : (33 : 3) = [(120 + 12) : 3] : 11 = 44 : 11 = 4$$

(uso più raffinato della proprietà invariantiva)

Esecuzione con la catena di operatori. $1608 : 24 = ?$



Dunque: $1608 : 24 = 20 + 20 + 20 + 5 + 2 = 67$

6. Operazioni con i numeri decimali

Calcoli con i decimali

Un'affermazione coraggiosa, ma che permette di aggirare uno dei maggiori ostacoli del calcolo numerico:

ogni calcolo con decimali è riconducibile a uno con numeri interi

Addizione e sottrazione: ridurre alla **stessa** unità (la minore)

$$0,12 + 3,5 = 12 \text{ c} + 350 \text{ c} = 362 \text{ c} = 3,62$$

$$\begin{aligned} 76,88 + 124,7 &= (76 + 124) \text{ u} + (88 \text{ c} + 70 \text{ c}) = 200 \text{ u} + 158 \text{ c} = \\ &= 200 \text{ u} + 1 \text{ u} + 58 \text{ c} = 201,58 \end{aligned}$$

$$3,9 - 2,075 = 3900 \text{ m} - 2075 \text{ m} = 1900 \text{ m} - 75 \text{ m} = 1825 \text{ m} = 1,825$$

Calcoli con i decimali

Moltiplicazione: occorre conoscere i prodotti basilari

$$d \times d = c \quad , \quad d \times c = m$$

$$(u \times u = u \quad , \quad d \times u = d \quad , \quad c \times u = c \quad , \quad m \times u = m)$$

Esempi:

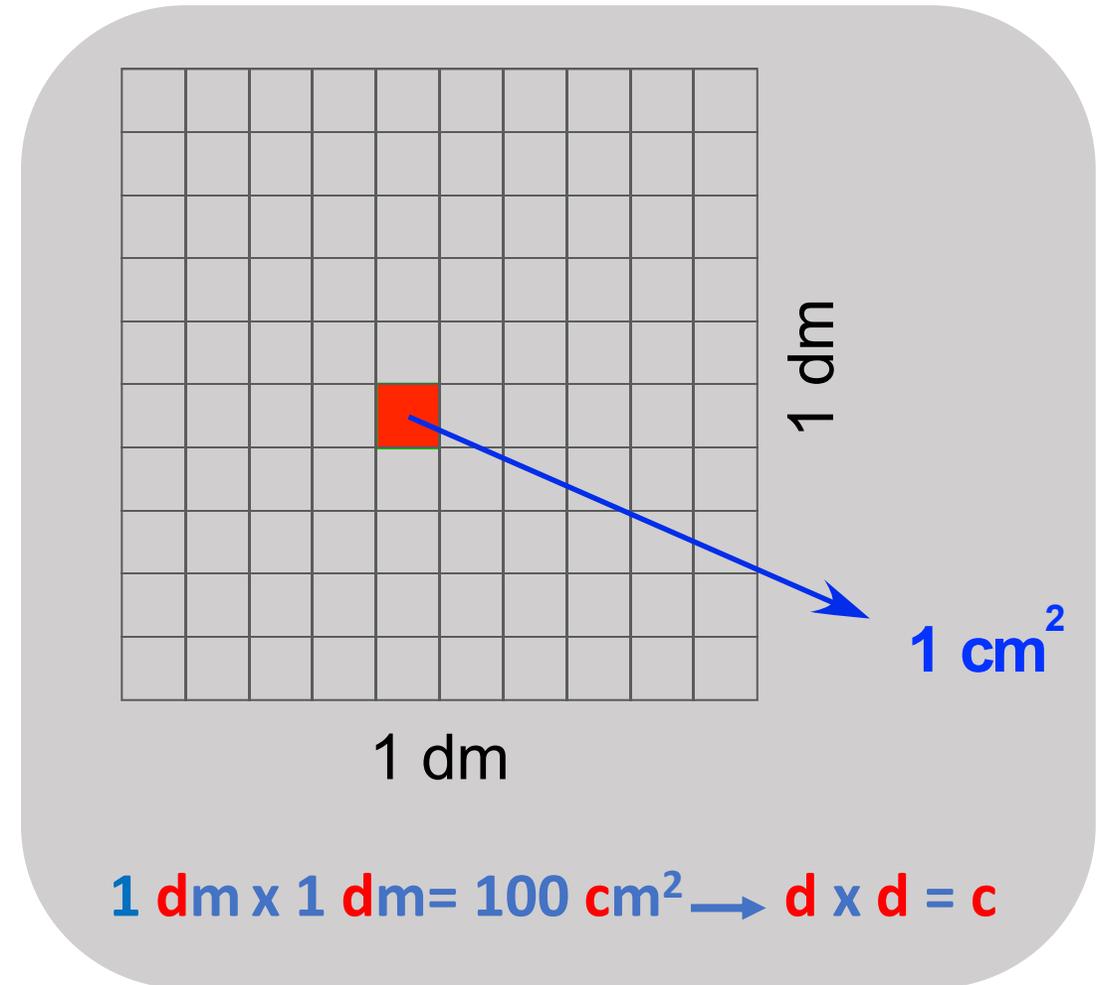
$$0,7 \times 0,7 = 7 d \times 7 d = 49 c = 0,49$$

$$108 \times 0,03 = 108 u \times 3 c = 324 c = 3,24$$

$$0,2 \times 0,3 = 2 d \times 3 d = 6 c = 0,06$$

$$0,05 \times 1,3 = 5 c \times 13 d = 65 m = 0,065$$

$$0,8 \times 0,08 = 8 d \times 8 c = 64 m = 0,064$$



Calcoli con i decimali

Divisione

Ridurre alla **stessa** unità (la minore).

Sorpresa per i bimbi: il risultato esce subito in forma decimale, quindi non occorre trasformarlo.

Per insegnanti: nessuna sorpresa, basta pensare al rapporto tra due grandezze che è semplicemente un numero. Eccezione: il caso della ripartizione equa, nel quale il divisore è un numero e quindi il risultato è la grandezza espressa dal dividendo.

$$35 : 0,7 = 350 \text{ d} : 7 \text{ d} = 350 : 7 = 50$$

$$0,6 : 0,75 = 60 \text{ c} : 75 \text{ c} = (600 : 75) : 10 = [(300+300) : 75] : 10 = (4+4) : 10 = 0,8$$

$$8,4 : 0,012 = 8400 \text{ m} : 12 \text{ m} = [(8400) : 4] : 3 = 2100 : 3 = 700$$

$$4,5 : 9 = 45 \text{ d} : 9 = 5 \text{ d} = 0,5 \text{ (ripartizione equa)}$$

Divisione (situazioni non agevoli): verifica

Critica all'esempio precedente: il divisore (25) è troppo semplice.

Occorre dire che usando gli operatori la particolarità del divisore non ha grande influenza sulla difficoltà del calcolo.

La scelta ha un altro obiettivo: permettere una **vera** verifica abbastanza facile.

Affermiamo che una verifica (o prova) di un calcolo deve concernere **un modo ben diverso** da quello usato in precedenza.

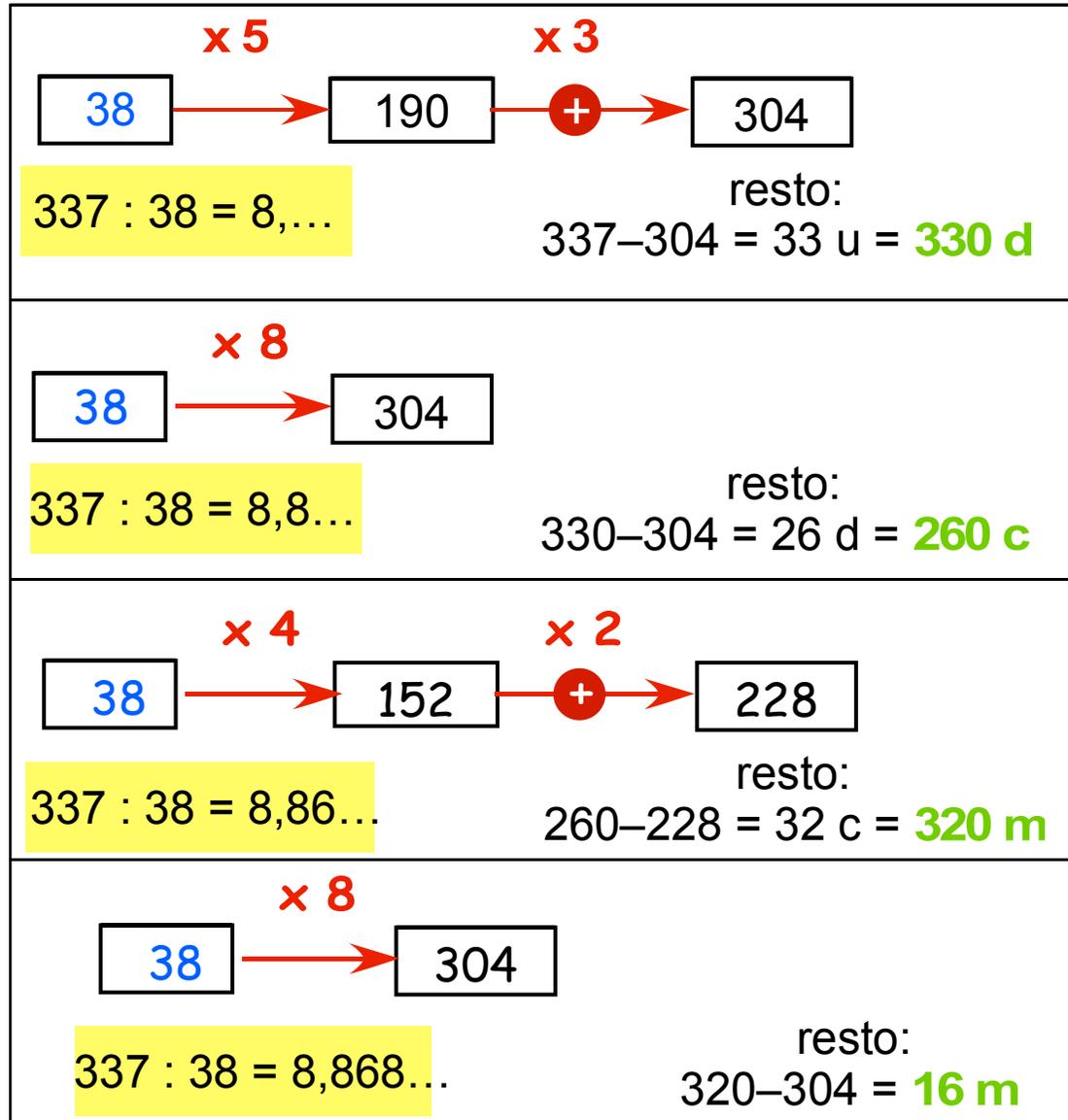
Ecco un esempio di prova della divisione precedente.

$$\begin{aligned} 744 : 25 &= (744:100) \times 4 = 7,44 \times 4 = 28 + (0,44 \times 2) \times 2 = \\ &= 28 + 0,88 \times 2 = 28 + (0,8 + 0,08) \times 2 = 28 + 1,60 + 0,16 = 28 + 1,76 = 29,76 \end{aligned}$$

Questa è un vera prova!

Divisione (situazioni non agevoli): uso degli operatori

$337 : 38 = ?$ (risultato con tre decimali)



Risultato del computer:

$$337 : 38 =$$

$$= 8.\overline{8684210526315789473}$$

Risultato della calcolatrice:

$$= 8.868421052631579$$

Stima:

$$337 : 38 \cong 340 : 40 = 34 : 4 =$$

$$= 17 : 2 = 8,5$$

Calcoli con grandezze

È importante stabilire all'inizio con quale unità **u** si vuole calcolare.

Si sceglie l'unità che permette di eseguire il calcolo con solo numeri interi.

Esempio

Perimetro (in metri) di un rettangolo con i lati 5,3 m e 71 cm.

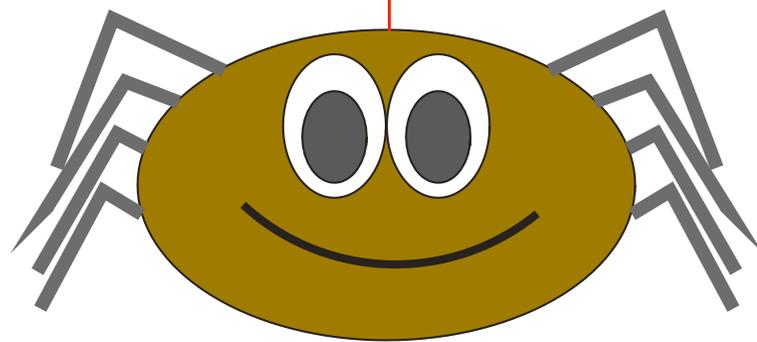
Scegliamo di calcolare in cm:

$$\text{Perimetro} = (530 \text{ cm} + 71 \text{ cm}) \times 2 = 601 \text{ cm} \times 2 = 1202 \text{ cm} = \mathbf{12,02 \text{ m}}$$

Oppure, scrittura più comoda

Perimetro in cm:

$$(530 + 71) \times 2 = 601 \times 2 = 1202 \text{ (cm)} \quad [= \mathbf{12,02 \text{ (m)}}]$$



ESERCIZIO

Esempi di calcoli con decimali

$$0,05 + 0,3 = 5 \text{ c} + 30 \text{ c} = 35 \text{ c} = 0,35$$

$$27,54 + 38,8 = (27 + 38) \text{ u} + 54 \text{ c} + 80 \text{ c} = 65 + 134 \text{ c} = 65 + 1,34 = 66,34$$

$$278,9 - 154,75 = (278-154) \text{ u} + (90-75) \text{ c} = 124 \text{ u} + 15 \text{ c} = 124,15$$

$$0,7 \times 0,26 = 7 \text{ d} \times 26 \text{ c} = (140+42) \text{ m} = 182 \text{ m} = 0,182$$

$$15 : 0,03 = 1500 \text{ c} : 3 \text{ c} = 1500 : 3 = 500$$

$$0,84 : 3 = 84 \text{ c} : 3 \text{ u} = (60+24) \text{ c} : 3 = 20 \text{ c} + 8 \text{ c} = 28 \text{ c} = 0,28$$

$$\begin{aligned} (2,75+3,48+2,32) \text{ €} : 3 &= (275+348+232) \text{ cent} : 3 = 855 \text{ cent} : 3 = \\ &= (600+240+15) \text{ cent} : 3 = (200+80+5) \text{ cent} = 285 \text{ cent} = 2,85 \text{ €} \end{aligned}$$

7. Esempi di problemi

Quanti porcini?

Al rientro da una fortunata ricerca di funghi porcini, i nostri amici pesano il raccolto di ciascuno.

Arturo: 0,76 kg

Bice: 8 hg

Ercolino: mezzo etto

Filiberto: 3 chili e mezzo

Genoveffa: 2,54 kg

Subito si mettono a calcolare quanti kg di porcini hanno raccolto in tutto. Li aiuti?

Il solito Ercolino chiede a tutti: quale è stata la raccolta media per persona?

Da quad. IV-V



Sintesi della risoluzione:

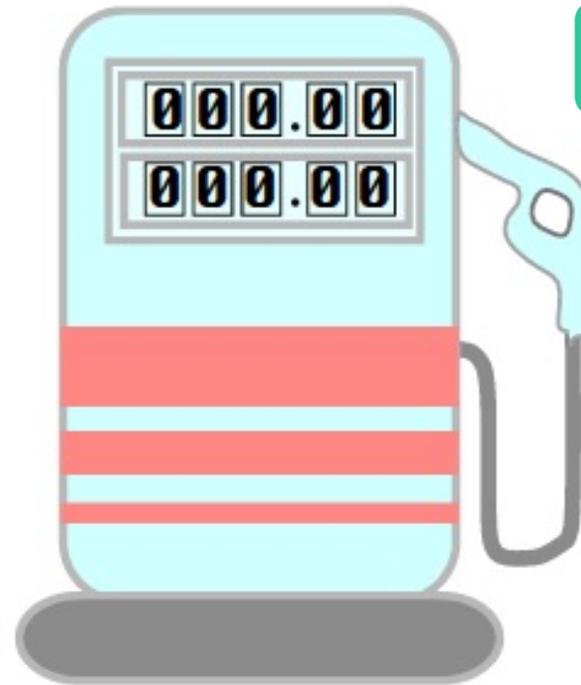
Totale raccolta: $(76 + 80 + 5 + 350 + 254) \text{ dag} = [(350+80) + (254+76) + 5] \text{ dag} =$
 $= [430 + 330 + 5] \text{ dag} = 765 \text{ dag} = \mathbf{7,65 \text{ kg}}$

Media per persona: $(765 : 5) \text{ dag} = [(500 + 250 + 15) : 5] \text{ dag} = 153 \text{ dag} = \mathbf{1,53 \text{ kg}}$

Per insegnanti: 1,53 kg/persona

Ce la farà?

Un commerciante per ragioni di lavoro si sposta in auto. Il serbatoio della sua macchina può contenere al massimo 40 litri di carburante. Domani farà 150 km di strada statale con un consumo medio di 7,2 litri ogni 100 km e un tratto autostradale di 374 km con un consumo medio di 8,2 litri ogni 100 km. Ce la farà senza fermarsi a una pompa di benzina?



Da quad. IV-V

Sintesi della risoluzione senza calcolatrice ($u = L$):

$$(7,2 \times 1,5 + 8,2 \times 3,74) u = (72 d \times 15 d) + (82 d \times 374 c) = (720 + 360) c + 30'668 m =$$

da tabella

$$= 1080 c + 30'668 m = 10,8 u + 30,668 u = (41,468)$$

>40 L, non ce la fa !

Giri di pista

Da quad. IV-V

A Leonardo piace compiere giri di pista sulle macchinine elettriche.

Alla cassa vendono carte da 9 corse per 3,60 €.

Durante le vacanze Leonardo ha speso 14,40 € alla pista delle macchinine.

Quante corse ha effettuato?

Ha osservato che con una carta da una corsa si percorrono 8 giri di pista e l'addetto alla pista gli assicura che un giro corrisponde a 100 m.

Leonardo si chiede:

- quanti metri ha percorso in tutto? a quanti km corrispondono?
- qual è il costo al km?

Sintesi della risoluzione senza calcolatrice

Numero corse: $(14,4 : 3,6) \times 9 = (144 : 36) \times 9 = [(144 : 4) : 9] \times 9 = 144 : 4 = 36$

Ha percorso (in metri): $(36 \times 8) \times 100 \text{ m} = (240 + 48) \times 100 \text{ m} = 28'800 \text{ m} = 28,8 \text{ km}$

Costo in € al km: $(14,4 : 28,8) \text{ €} = (144 : 288) \text{ €} = (1 : 2) \text{ €} = 0,50 \text{ €}$

Problema impossibile?

Al cinema. Per una proiezione di cartoni animati i prezzi sono:

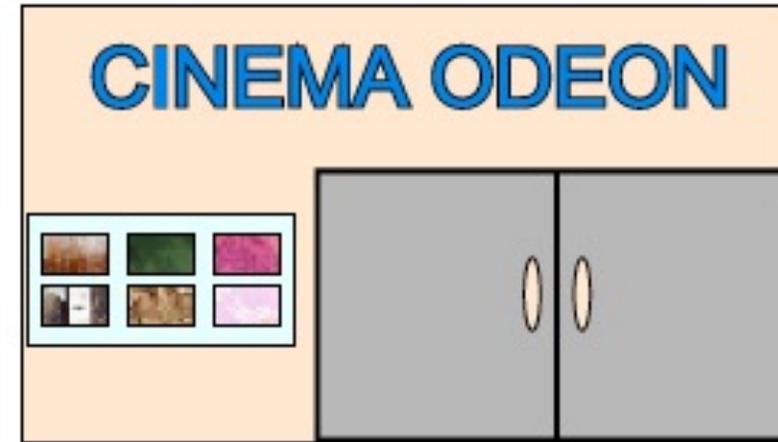
Adulti 4,50 €

Pensionati 2,20 €

Bambini 1,25 €

Hanno assistito alla proiezione 30 adulti e 400 bambini.

Quanti pensionati?



Analisi del problema

Incasso in euro per adulti e bambini: $4,50 \times 30 + 1,25 \times 400 = 635$

Non possiamo rispondere perché manca l'incasso totale. La differenza tra questo incasso e quello relativo agli adulti e ai bambini, divisa per 2,20, dà il numero di pensionati presenti. Il problema è impossibile? Meglio: manca un dato.

Lo stabiliamo noi. **Quali condizioni deve soddisfare questo dato?**

8. Scuola e nuove tecnologie

Lo strumento elettronico come stimolatore dell'apprendimento

In un mondo tecnologico, come quello attuale, alla macchina si demandano molte attività che in precedenza venivano svolte manualmente/mentalmente dall'uomo.

Da un lato la vita è diventata più comoda, dall'altro si sono aggiunte nuove problematiche.

Fra queste, per quanto riguarda l'apprendimento della matematica, il pericolo di un intorpidimento della mente. Le voci contrarie all'entrata delle tecnologie informatiche nella scuola si possono così sintetizzare:

«l'uso della calcolatrice azzerà le capacità nel calcolo mentale»

«l'uso del computer azzerà le capacità di ragionare».

Affermazioni esagerate, ma che nascondono un problema che la scuola per prima deve risolvere.

Lo strumento elettronico come stimolatore dell'apprendimento

Come insegnanti, ciò che dobbiamo capire è che le tecnologie informatiche e della comunicazione possono e devono essere usate come **stimolatrici dell'apprendimento**, meno quindi come stampelle per chi non riesce né come comodità per i pigri.

Inoltre ci si deve rendere conto che i giovani di oggi in un modo o nell'altro usano correntemente smartphone, tablet, PC, e tutto ciò che il commercio offre in questo campo. Ne sanno più di noi insegnanti? Può darsi, ma essenzialmente giocano, navigano e comunicano fra loro.

Per contro, non sanno come usare la tecnologia per affinare e arricchire il proprio apprendimento.

Ed è questo che la scuola deve insegnare.

9. Calcolo approssimato

Il calcolo approssimato è una nuova esigenza dell'insegnamento

il calcolo approssimato, oggi, serve per prendere determinate decisioni in situazioni disagiati esercitare un importante controllo sulla macchina

il calcolo approssimato si articola in due fasi

arrotondamento dei dati

calcolo mentale

Esempi di calcolo approssimato

calcolo	esempio di stima del risultato	risultato esatto
Genoveffa ha solo 313 € in tasca. Potrà comprare un vestito da 226 € e due camicette che costano 43,99 € ciascuna?	$(315 - 230) - 2 \times 44 = 85 - 88$ no!	-0,98 no!
Quanto devo spendere per acquistare 12 bottiglie di vino da 15,85 € ciascuna?	$12 \times 16 = 160 + 32 = 192$	190,20
Un rimborso spese per un viaggio di lavoro di 613 km ammonta a 185 €. Quanto al chilometro?	$180 : 600 = 18 : 60 = (18 : 6) : 10 =$ $= 3 : 10 = 0,30$	$\cong 0,3018 \cong$ $\cong 0,30$

Esempio di calcolo approssimato: lista della spesa

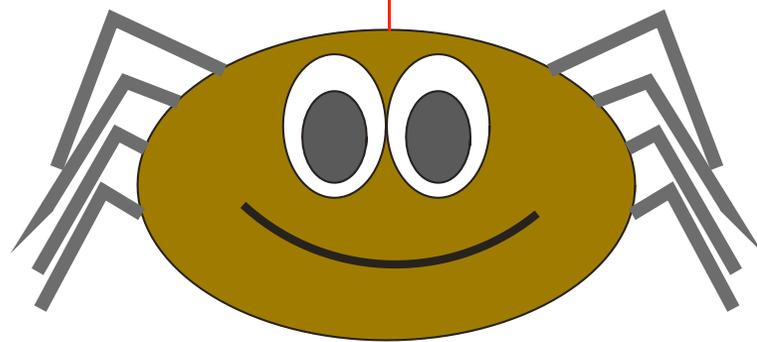
F. E. IV

SUPERMERCATO SUISSE AG	
10.12.20 09.29	
Panettone 1 kg	5.99
Lattuga iceberg	1.19
Mirtilli	3.69
Form. Molle fr.	4.65
Prosciutto coscia	2.55
MIELE DI FIORI 1 kg	5.49
Scambio Sodastar	7.89
Miscela pane 1 kg	2.49
CAFFE CAPS. x20	39.80
LATTE UHT x6	26.94
Selez. Datteri x2	6.99
Pancetta cr. 2x90g	6.99
Riso p. risotto	4.65

Calcolo approssimato del totale della spesa

$$\begin{aligned} & (6 + 8 + 40 + 27 + 7 + 7) + \\ & + (2,5 + 5,5 + 2,5 + 4,5) + \\ & + (1,20 + 3,70 + 4,60) = \\ & = 95 + 15 + 9,50 = \mathbf{119,50} \text{ (CHFR)} \end{aligned}$$

Risultato esatto
119,31 (CHFR)



ESERCIZIO

Esercizio: tempo 5 minuti

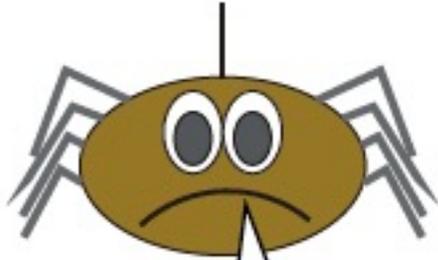
calcolo	esempio di stima	risultato esatto
Pagamenti in CHF: imposte 2151 – TCS 103 dentista 1444 – FER AG 342 garage 549 – Ass. mal. 1720 Totale?		6309
Terreno 137,50 m x 78,80 m a 501 CHF al m ² . Costo?		5'428'335
Cubo di spigolo 0,76 m Area totale?		3,4656
Circuito di 3,150 km gara su 56 giri. Totale km?		176,4

10. La calcolatrice nella scuola



Colta al volo

Da quad. IV-V



BELLO!
MA HO L'IMPRESSIONE
CHE I NUMERI SIANO STATI
"ADDOMESTICATI".
E SE FOSSE $6,5 : 17$?



IN QUESTI CASI HA SENSO
USARE LA CALCOLATRICE.

Ercolino ha scelto un esempio importante perché, anche se tutto sommato potrebbe trattarsi di una divisione non molto difficile, il risultato esatto è:

0,38235294117647058

Un periodo di 16 cifre!

Quale educazione dare al futuro cittadino?

rapida evoluzione della società



sviluppo dell'informatica e della comunicazione



fine dei calcoli con pochi dati e poche operazioni
nuovi scenari: computer, big-data, algoritmi



all'alunno, futuro cittadino e attore professionale, si chiede
competenza nelle strutture aritmetico-algebriche,
attitudine ad analizzare, a scegliere, a intuire, a creare, a mettersi in gioco.

Le competenze nel calcolo, ieri (scuola di base)

conoscere e usare gli algoritmi del calcolo in colonna con numeri e grandezze
capacità di risolvere problemi standard con pochi dati di poche cifre
riferiti alla civiltà artigianale e contadina (e poco oltre)

Alcune competenze nel calcolo, oggi (scuola di base)

dimestichezza con le operazioni aritmetiche estese a frazioni, potenze, radici, ...
conoscere e usare il linguaggio aritmetico-algebrico (espressioni numeriche e primo
uso delle lettere)
attitudine ad affrontare problemi non noti, ad analizzare situazioni numeriche con
molti dati e a destreggiarsi in semplici situazioni probabilistiche
capacità di eseguire calcoli approssimati, di stimare risultati e di usare in modo
conveniente gli strumenti di calcolo informatici (almeno la calcolatrice).

Tre principi fondamentali per un'educazione all'uso corretto della calcolatrice

- P1** Mai impostare un calcolo senza avere un' idea, una previsione, una **stima** del risultato che si vuole raggiungere (calcolo approssimato).
- P2** Quando è possibile, un algoritmo risolutivo deve essere eseguito a macchina **senza ricopiare risultati parziali** su un foglio e ogni dato dev'essere introdotto **una sola volta**.
- P3** Ogni risultato ottenuto a macchina dev'essere **confrontato** con la stima effettuata e **interpretato** nel contesto del problema.

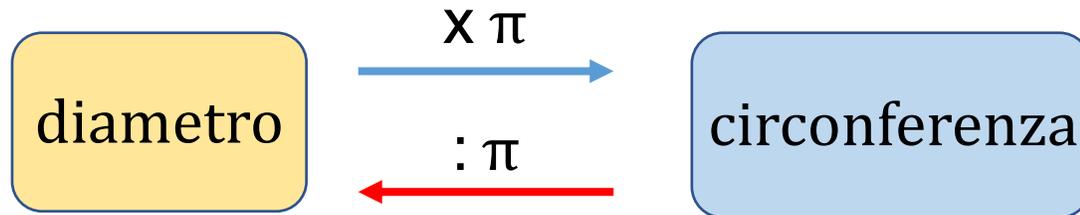
**11. Esempi di problemi risolti
con l'ausilio
della calcolatrice**

Il pallone da calcio

N.P.

Il pallone standard approvato dalla FIFA deve avere una circonferenza compresa tra 68,5 cm e 69,5 cm. Scegliamo il più grosso: che diametro avrà?

In generale:



Diametro in centimetri del pallone più grosso $69,5 : \pi$

Stima del risultato $69 : 3 = (60 + 9) : 3 = 20 + 3 = 23$

Risultato calcolatrice $69,5 : \pi = \mathbf{22,122537089}$

Confronto con la stima: risultato credibile

Risultato interpretato: **22,1 cm = 221 mm**

Se si calcola manualmente

$69,5 : 3,14 = 22,134$

Differenza insignificante

ma tanta fatica!

Il pianeta Terra

N.P.

La sua forma è vicina a una sfera di circonferenza 40'030 km. Proviamo a calcolare il diametro per poi confrontare i risultati ottenuti con la calcolatrice e manualmente.

Diametro medio della Terra in km $40'030 : \pi$

Stima del risultato $39'000 : 3 = 13'000$ (km)

Risultato calcolatrice $40'030 : \pi = 12'741,944743937\dots$

Confronto con la stima: risultato credibile

Risultato interpretato: **12'741,945 km**



Se si calcola manualmente

$40'030 : 3,14 =$

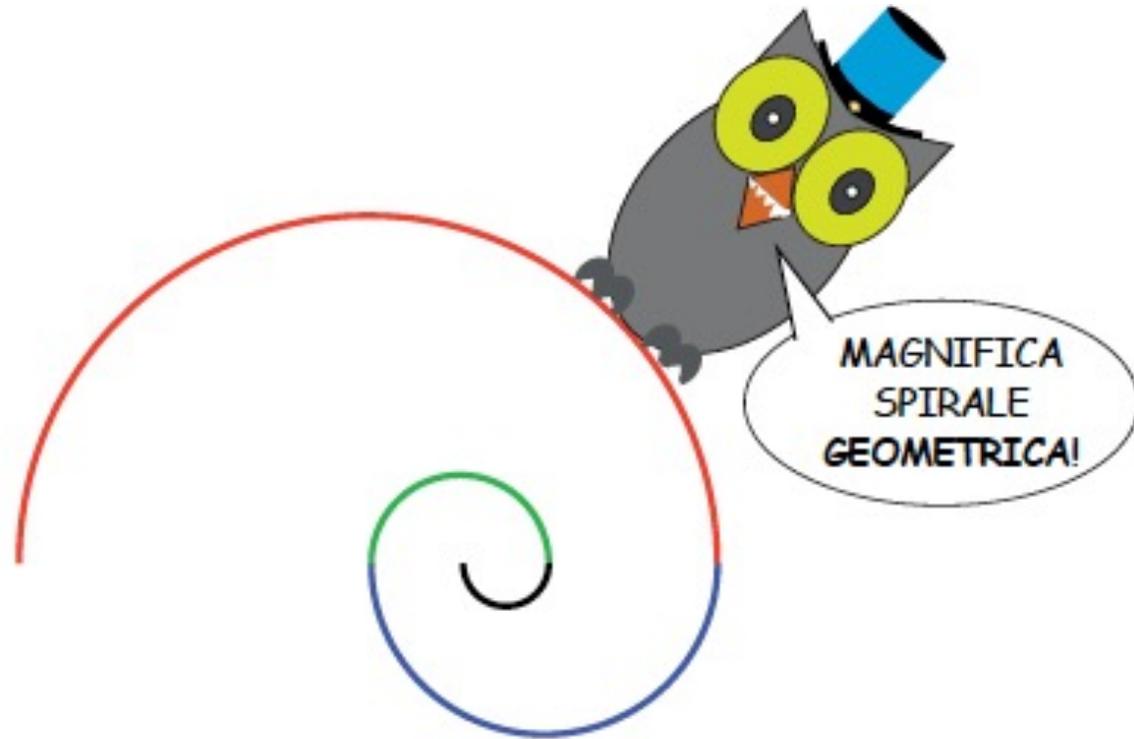
12'748,408

La differenza è circa

6,500 km

Una bella spirale

Da quad. IV-V



Diametro della semicirconferenza
rossa: 1,35 m

Diametro della semicirconferenza
blu: metà della rossa.

Diametro della semicirconferenza
verde: metà della blu.

Diametro della semicirconferenza
nera: metà della verde.

Quanto è lunga l'intera spirale?

(Scrivi il calcolo risolutivo in un'unica espressione, fai una stima, programma ed esegui il calcolo con la calcolatrice, confronta il risultato con la tua stima e, se ti sembra credibile, decidi quante cifre decimali tenere in considerazione).

Una bella spirale

Da quad. IV-V

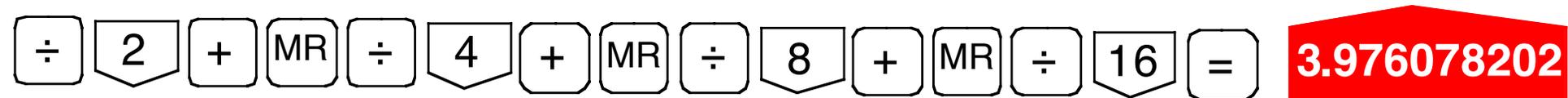
$$\begin{aligned} & (\pi \times 1,35) : 2 + (\pi \times 1,35 : 2) : 2 + (\pi \times 1,35 : 4) : 2 + (\pi \times 1,35 : 8) : 2 = \\ & = (\pi \times 1,35) : 2 + (\pi \times 1,35) : 4 + (\pi \times 1,35) : 8 + (\pi \times 1,35) : 16 \end{aligned}$$

Stima del risultato in m:

$$4 : 2 + 4 : 4 + 4 : 8 + 4 : 16 = 2 + 1 + 0,5 + 0,25 = 3,75$$



A yellow calculator keypad showing the sequence of buttons: pi, multiplication sign, 1.35, equals, and Min.

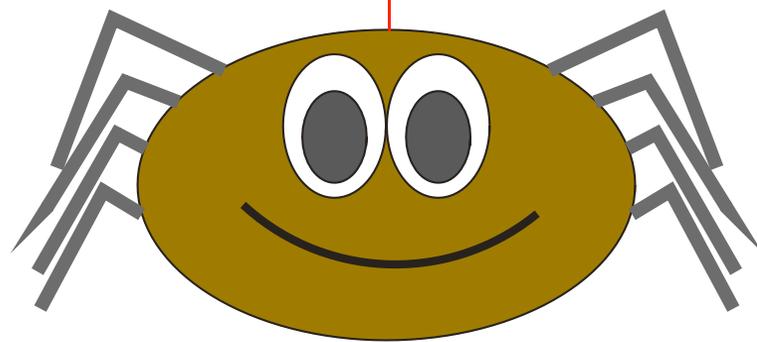


A calculator keypad showing the full calculation: division by 2, plus MR, division by 4, plus MR, division by 8, plus MR, division by 16, equals. The result 3.976078202 is displayed in a red box.

Confronto con la stima (3,750 m): risultato credibile

Risultato interpretato: **3,976 m**

Osservazione tecnica: il calcolo si accorcia se si memorizza $(\pi \times 1,35) : 2$



ESERCIZIO

Stima, uso della calcolatrice, credibilità, interpretazione

Un quadrato ha l'area di 119.5 m^2

Quanto misura il lato?

$$\cong \sqrt{121} = 11$$

Un cerchio ha l'area di 73.38 cm^2

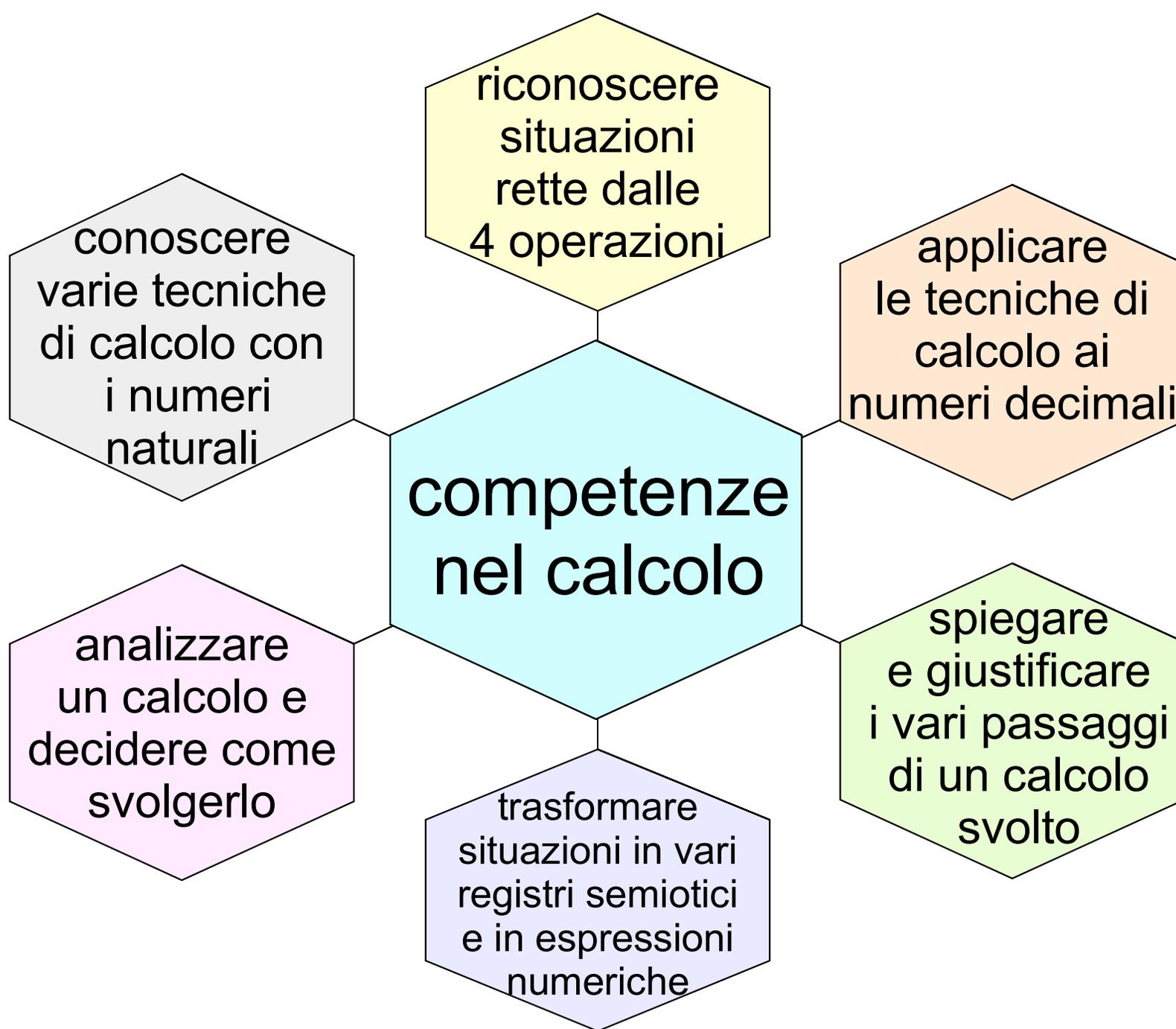
Quanto misura il raggio?

$$\cong \sqrt{\frac{75}{3}} = 5$$

2860 € vanno divisi in 7 parti uguali.

A quanto ammonta ciascuna parte?

$$\cong 2863 : 7 = (2800 + 63) : 7 = 409$$



FINE

Indirizzi utili:

gianar76@gmail.com

<https://bit.ly/inostriamicinumeri>

<http://bit.ly/GeometriaDynamica>

www.smasi.ch

www.rsddm.dm.unibo.it