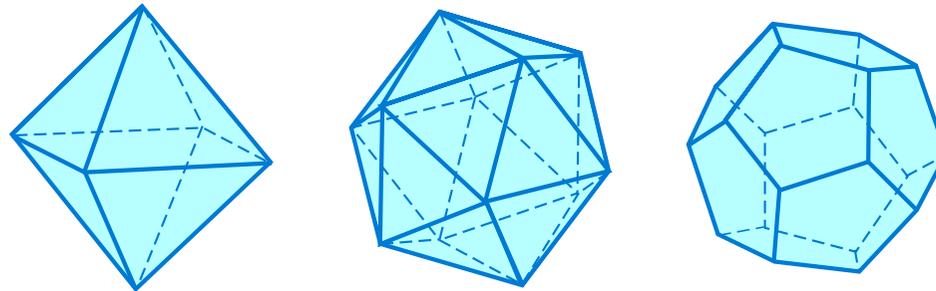


GEOMETRIA DINAMICA

GEOMETRIA DINAMICA

Scopriamo il misterioso mondo della geometria:
la sua bellezza e le sue simmetrie.



Gianfranco Arrigo

SMASI Lugano, NRD Bologna, Sapyent Milano

Alcuni esempi sono tratti da

GEOMETRIA DYNAMICA

Sapyent Editrice

Due quaderni operativi: I-II-III / IV-V

Autori: G. Arrigo, M. Giacobbe, L. Maurizi

<http://bit.ly/GeometriaDynamica>

GEOMETRIA DINAMICA

LEZIONE 1

La geometria a scuola ieri e oggi

Leri: visione didattica statica

- definizioni rigide e univoche
- serie di formule (anche primaria) e teoremi con «dimostrazione» da memorizzare (scuola secondaria)

Leri: allievo che ascolta e ripete

- **Allievo diligente:** sapeva enunciare e «dimostrare» un elenco prefissato di proprietà delle figure geometriche.
- **Allievo dalla mente aperta:** si chiedeva che senso avesse l'anteporre costruzioni particolari e ragionamenti di una certa complessità per capire proprietà di figure piane, per lo più evidenti.

Oggi: didattica dinamica, costruttiva

- attività euristiche, dallo spazio (3D) al piano (2D) e viceversa, manipolazione di modellini, scoperta di proprietà, discusse e condivise
- classificazione condivisa delle figure e uso delle simmetrie
- additività delle grandezze lunghezza, area e volume.

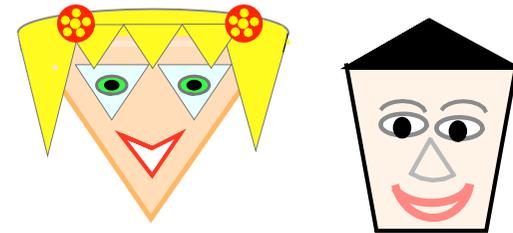
Oggi: l'allievo si appropria di ciò che ha appreso

- fa geometria con piacere, è curioso di conoscere di più, costruisce i propri esempi, sa «definire» le figure geometriche secondo criteri diversi
- usa le trasformazioni geometriche per dedurre le proprietà delle figure
- calcola perimetri e aree componendo e scomponendo le figure.

Il bello in geometria

Conosciamo alcuni oggetti solidi

La realtà è fatta di solidi!



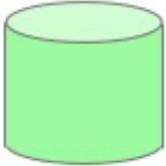
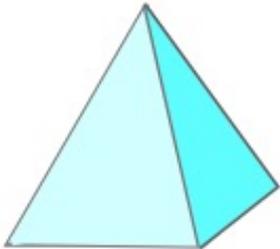
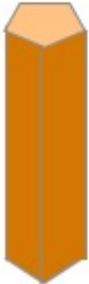
A NOI SERVONO PER INIZIARE
A CONOSCERE LA GEOMETRIA!

Conosciamo alcuni oggetti solidi

In classe ci sono molti oggetti solidi, alcuni semplici da riconoscere, altri più complicati. Fra quelli semplici troviamo astucci, matite, gomme, scatole, armadi, rotoli di carta. In palestra palloni, clave, ecc.

Se si lasciano giocare gli alunni, presto fa capolino un primo rozzo criterio di classificazione: il rotolare.

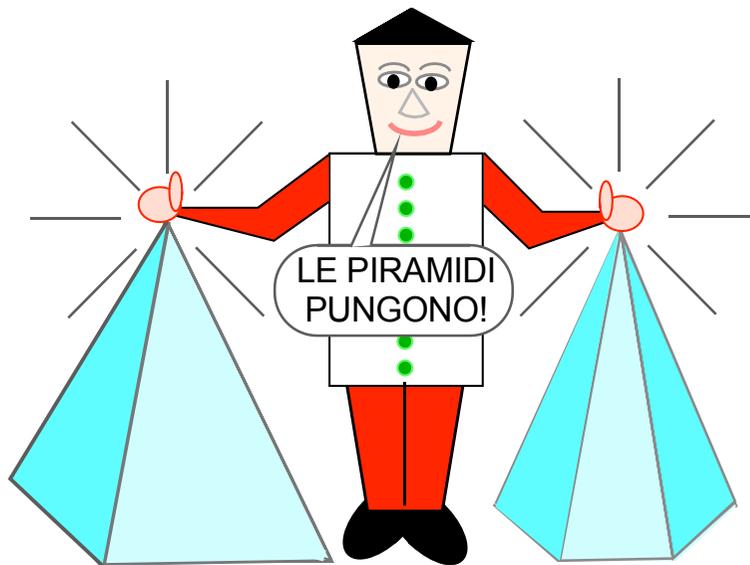
METTI UNA CROCETTA SOTTO ALLE SCATOLE CHE ROTOLANO FACILMENTE.

Si possono scegliere altri criteri e non è detto che, fissato un criterio, tutti gli alunni siano d'accordo su una determinata classificazione.

Può darsi che un prisma ottagonale venga considerato rotolante...

Un altro criterio può essere: punge o non punge?



Domande a bruciapelo:

Il cubo punge?

Il cono punge?

Il cilindro punge?

La sfera punge?

Un oggetto geometrico molto familiare: il cubo

Forse dopo la sfera, il cubo è il solido più conosciuto dai bimbi, s'intende come oggetto cubico della realtà.

Essendo più facile da indagare lo preferiamo alla sfera.

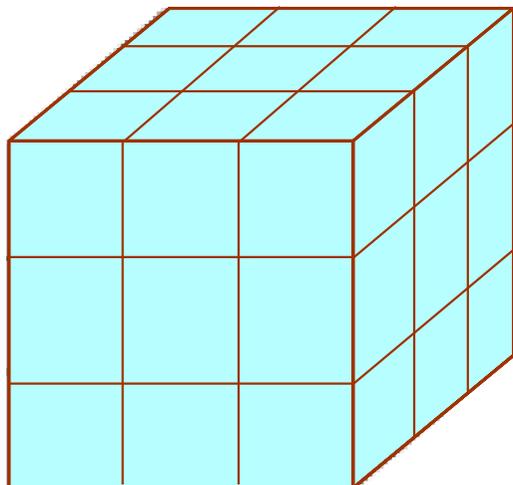
Disponendo di un bel set di cubetti compatti, tutti con lo stesso spigolo, si possono costruire oggetti 3D che si prestano anche a fare calcoli.

Una costruzione interessante è il cubo $3 \times 3 \times 3$, che forse qualcuno riconosce come struttura del cubo di Rubik.

Contando i cubetti che compongono una data costruzione, si possono svolgere attività formative che vanno dall'intuizione al calcolo e a una prima immagine mentale di volume.

Il cubo, per partire

Un cubo interessante: modello 3x3x3



Di quanti cubetti unitari si compone?

Quante facce unitarie (quadretti) formano la superficie (l'insieme delle facce unitarie)?

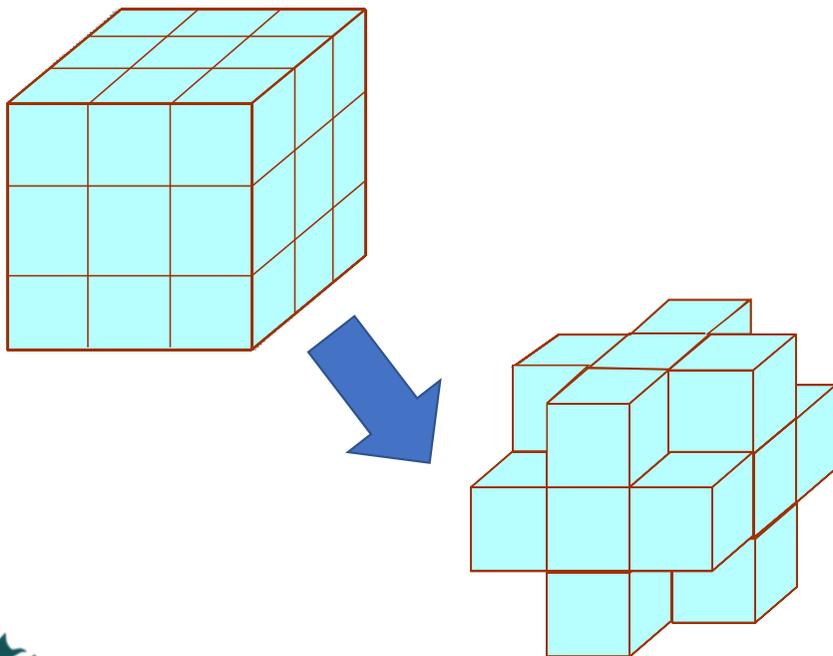
Se togliamo un cubetto in corrispondenza di ogni vertice, quanti quadretti rimangono?

Quante facce unitarie formano la superficie del solido ottenuto?

Un cubo interessante: modello 3x3x3

Se togliamo un cubetto in corrispondenza di ogni vertice, quanti cubetti rimangono?

Quante facce unitarie formano la superficie del solido ottenuto?



Interessante e «sorprendente» !

Dei 27 cubetti iniziali ne rimangono
 $27 - 8 = 19$,

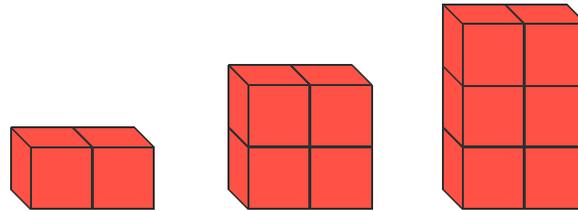
mentre le facce sono ancora
 $9 \times 6 = 54$

Con i cubi si possono fare belle costruzioni

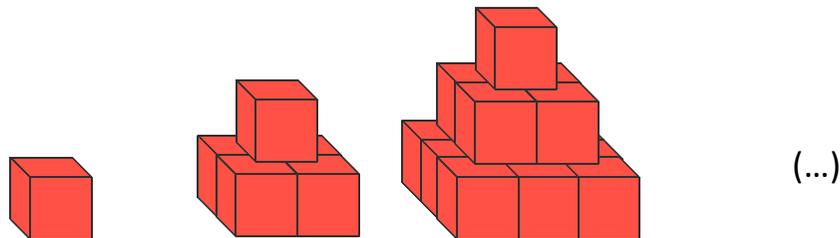
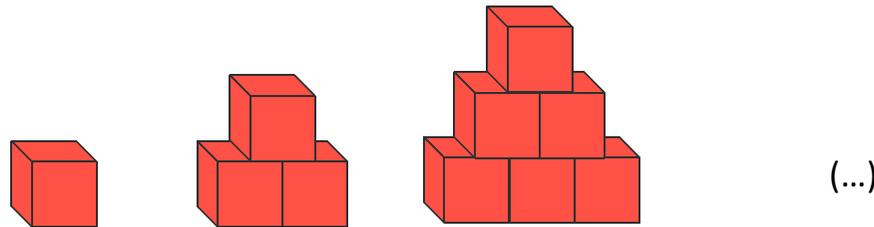


Scultura artistica:
di quanti cubi
si compone?

Chi costruisce la torre più alta? Quanti cubetti sono necessari?

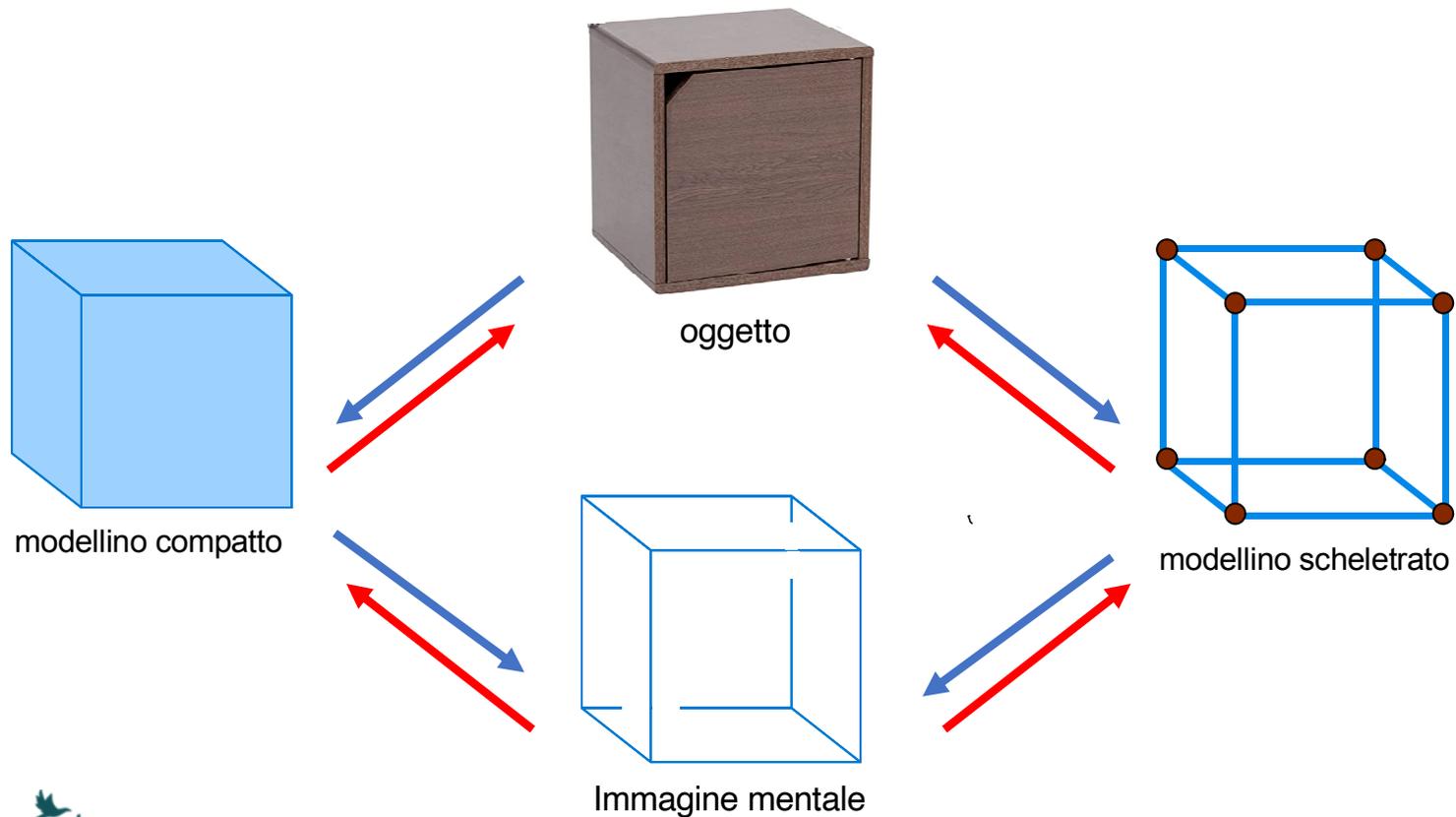


Come continuano? Quanti cubetti sono necessari?



Oggetto reale - modellino - immagine mentale

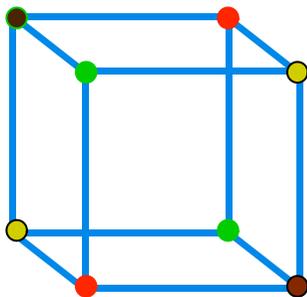
Per l'insegnante: uno schema da tenere presente.



Il cubo: suoi elementi

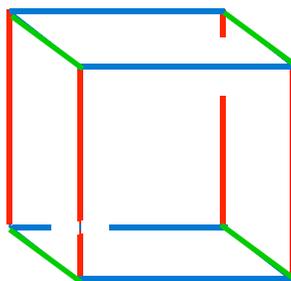
Ecco una tappa delle riflessioni che si possono fare per cominciare:

vertici



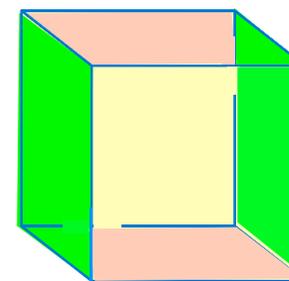
8 vertici (punti)
a 2 a 2 opposti
quindi: 4 diagonali
calcolo
 $8 : 2 = 4$

spigoli



12 spigoli (segmenti)
a 4 a 4 paralleli
quindi: 3 direzioni
calcolo
 $12 : 4 = 3$

facce

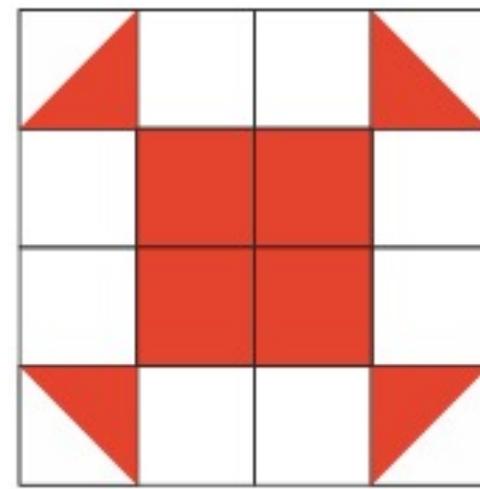
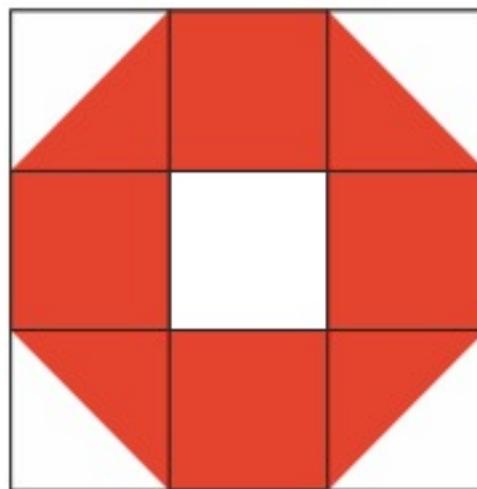
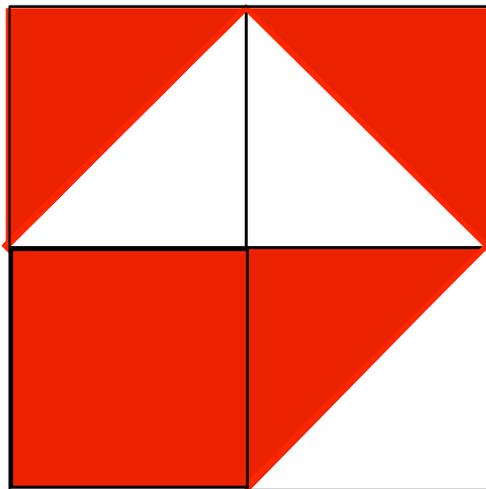


6 facce (quadrati)
a 2 a 2 parallele
quindi: 3 direzioni
calcolo
 $6 : 2 = 3$

Quadrati e triangoli

Dal cubo al quadrato: le piastrelle quadrate

Si disegna su foglio bianco. Per non mettere i bimbi in eccessive difficoltà e nel contempo dar loro la possibilità di realizzare belle piastrelle, si possono preparare griglie quadrate e suggerire di usare solo due figure: il quadratino e una sua metà. Ecco tre piastrelle. Qual è la più bella? Con quali criteri decidiamo?

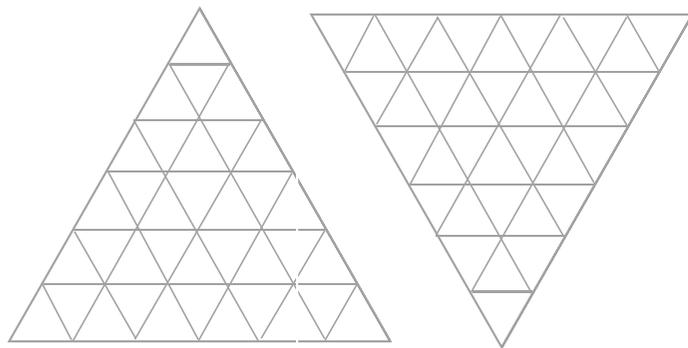
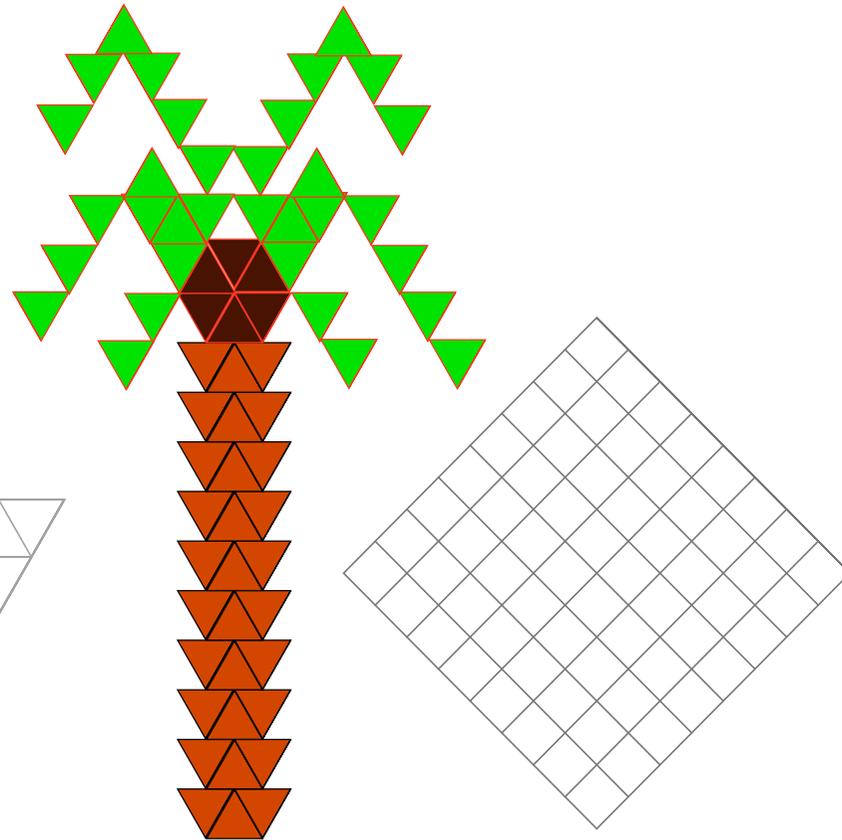


Ora spazio alla creatività dei bimbi: chi otterrà le piastrelle più belle ?

Un quadro da completare

Il disegno è importante per l'alunno delle prime classi della primaria perché dà soddisfazione e rende più familiari le figure di base, in questo caso i quadrati e i triangoli equilateri.

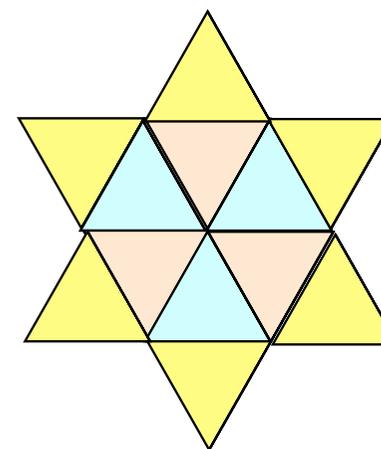
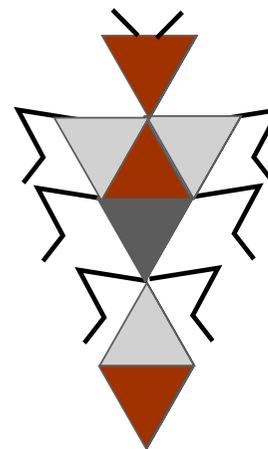
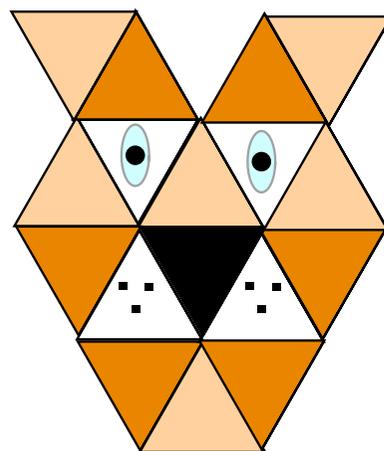
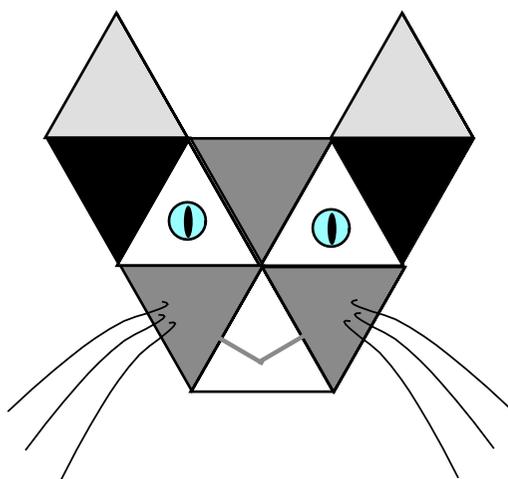
Grazie alle griglie tutti possono realizzare disegni ben fatti.



Riproduzioni su griglie triangolari

Soggetti stilizzati: esempi.

Attività: riconoscere che cosa rappresentano, riprodurli su una griglia vuota, oppure creare altre figure.



Si possono anche realizzare componendo tessere triangolari in cartoncino.

Oltre il cubo: i prismi

Per l'insegnante

Il cubo è un prisma particolare. È quindi il momento di ampliare la conoscenza dei solidi, iniziando da un primo contatto con i prismi.

Consiglio: come sempre, mai iniziare con una spiegazione, seppur sommaria, del nuovo oggetto geometrico, ma cercare di avvicinarsi con giochi, oggetti della realtà, eventualmente costruzioni di modellini con materiali prefabbricati, oppure anche con racconti di fantasia, come quello che vedremo subito, molto sintetico e che quindi ogni insegnante potrà arricchire.

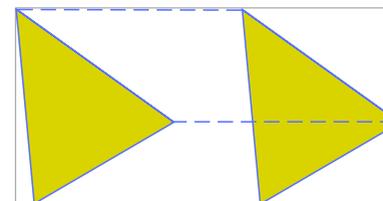
L'esperienza ci mostra che in questo modo gli alunni si formano un'immagine mentale, ancora grezza, ma priva di misconcezioni.



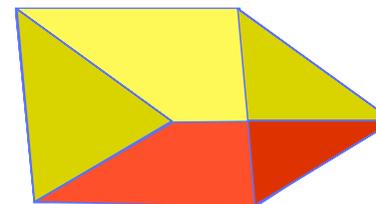
RACCONTO

COSÌ SONO NATI I PRISMI

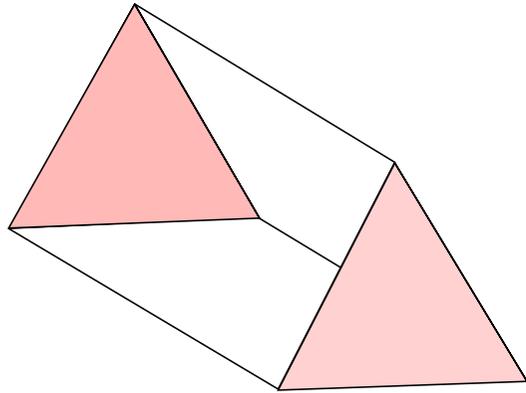
UN BEL GIORNO, DUE POLIGONI UGUALI SI INCONTRANO.
SI DISPONGONO UNO DI FRONTE ALL'ALTRO, A UNA CERTA
DISTANZA, E PENSANO A COME POTREBBERO GENERARE UN
SOLIDO.



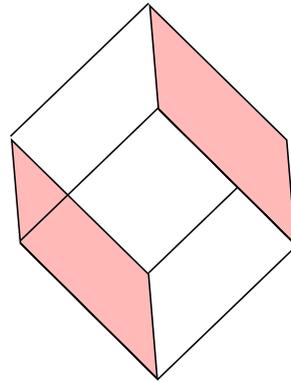
SI ACCORGONO CHE È FACILE:
BASTA INCOLLARE TRE QUADRILATERI...



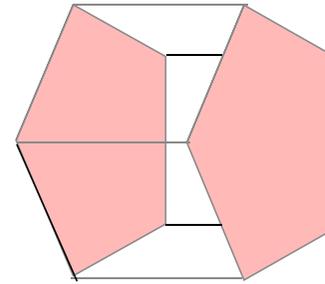
I prismi: radiografie e loro nomi



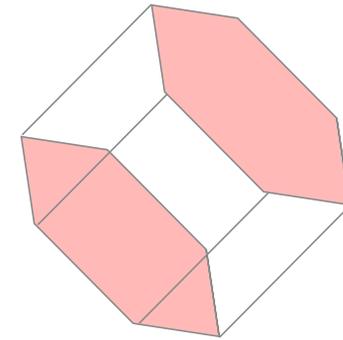
Prisma triangolare



Prisma quadrangolare



Prisma pentagonale



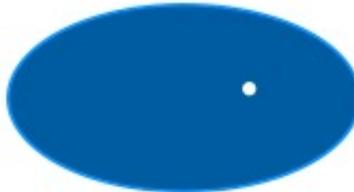
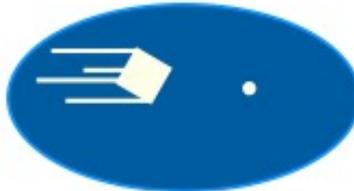
Prisma esagonale

Un prisma ha due facce (poligoni) uguali e parallele, saldate assieme da rettangoli. Le due facce uguali si chiamano **facce caratteristiche** perché danno il nome al prisma. Da notare, il cambiamento di desinenza a partire dal terzo esempio.

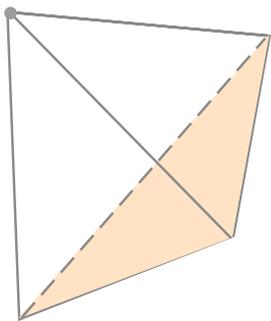
A questo punto gli alunni hanno bisogno di toccare con mano i prismi, quindi occorre dar loro dei modellini fra i quali vi siano anche non-prismi (che dovranno scartare), e far costruire qualche modellino compatto e/o scheletrato.

Dai prismi alle piramidi

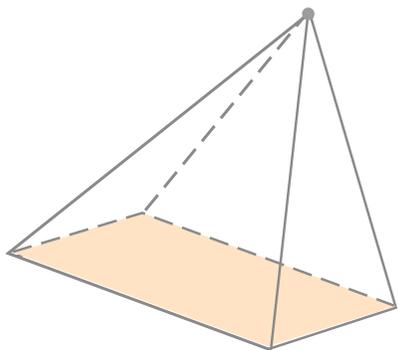
Racconto fantastico: così sono nate le piramidi

<p>UN POVERO PUNTINO VAGAVA SOLITARIO NELLO SPAZIO IMMENSO. ERA TRISTE PERCHÉ NON RIUSCIVA A TROVARE UN COMPAGNO DI VIAGGIO.</p>	
<p>D'UN TRATTO SCORGE IN LONTANANZA UNO STRANO OGGETTO, QUALCOSA CHE NON AVEVA MAI VISTO. ERA UN QUADRATO. SI STAVA AVVICINANDO, SPINTO DALLA POTENZA DEI RAZZI SITUATI NEI QUATTRO VERTICI.</p>	
<p>QUANDO IL QUADRATO FU VICINISSIMO AL PUNTO, SI FERMÒ. "MI STA OSSERVANDO, PRIMA DI INGHIOTTIRMI", PENSÒ TERRORIZZATO IL POVERO PUNTINO.</p>	
<p>MA NON FU COSÌ. DA OGNI VERTICE USCÌ UN CAVO LUMINOSO CHE LO RAGGIUNSE, FORMANDO FINALMENTE IL NUOVO OGGETTO SPAZIALE CHE DA UN PEZZO QUADRATO CERCAVA: ERA UNA BELLA PIRAMIDE QUADRANGOLARE!</p>	

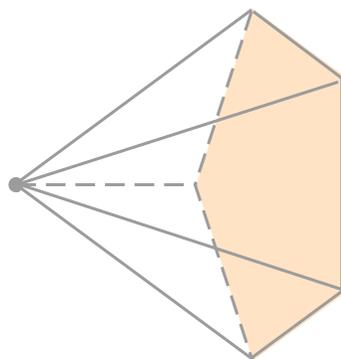
Le piramidi: radiografia e loro nomi



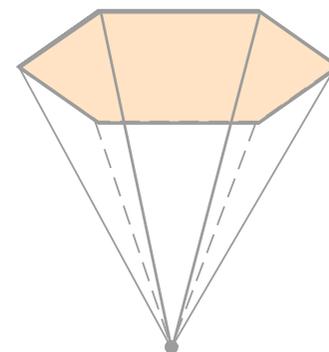
Piramide
triangolare



Piramide
quadrangolare



Piramide
pentagonale



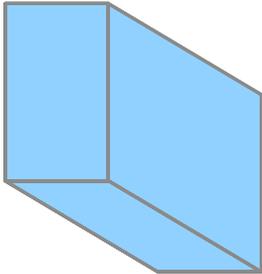
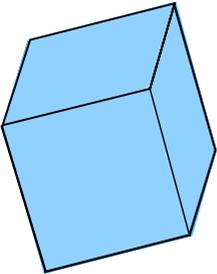
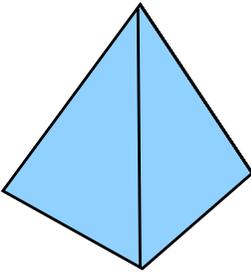
Piramide
esagonale

Una piramide si compone di una faccia (**caratteristica**) saldata con triangoli che hanno un vertice in comune, detto **vertice della piramide**.

Ora si può dare agli alunni una bella raccolta di solidi, fra i quali vi siano prismi, piramidi e solidi diversi che gli alunni classificheranno in tre insiemi disgiunti. Come per i prismi, si possono anche far costruire modellini compatti o scheletrati.

I soprannomi dei poliedri

Tra amici spesso ci si chiama con dei soprannomi.
Questo succede anche ai poliedri. Vediamo i più usati.

NOME	PRISMA QUADRANGOLARE	PRISMA QUADRANGOLARE REGOLARE	PIRAMIDE TRIANGOLARE
SOPRANNOME	PARALLELEPIPEDO	CUBO	TETRAEDRO
MODELLO			



LA TENDA CHE NON SI ROVESCIA

UNA CAROVANA STA ATTRAVERSANDO IL DESERTO. GIUNTA LA SERA, SI ACCAMPA PER PASSARE LA NOTTE. VENGONO MONTATE ALCUNE TENDE.

DI NOTTE ARRIVA LA BUFERA. LE TENDE VENGONO INVESTITE DA FORTI RAFFICHE DI VENTO E SI ROVESCIANO...

CHE DISASTRO! MA UNA È RIMASTA IN PIEDI: COME SI CHIAMA?

ESISTE ANCHE NEI PRISMI UN TALE SOLIDO?

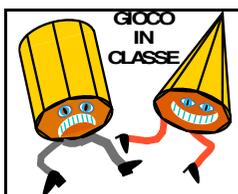


Per l'insegnante

La conoscenza di un nuovo oggetto geometrico ha bisogno di essere continuamente rafforzata, anche con rappresentazioni semiotiche diverse.

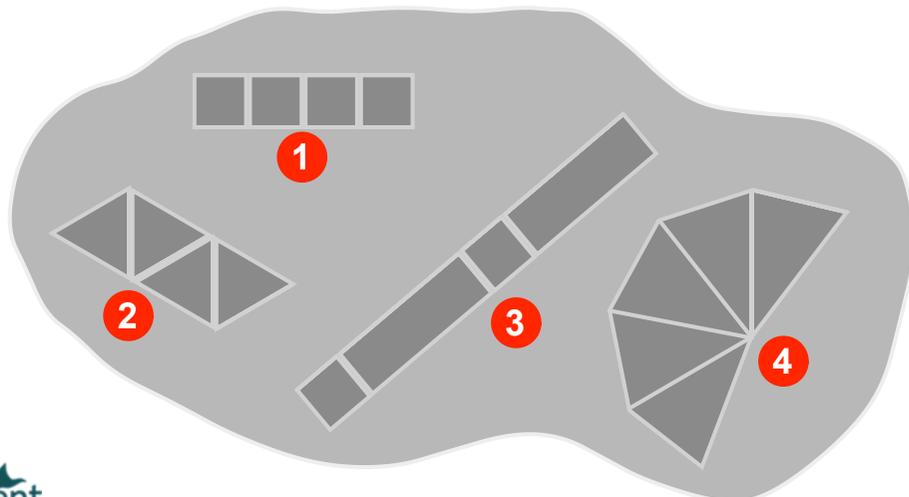
Per esempio, riconoscimento tattile, descrizione verbale di un solido a un compagno che non può vederlo, identificazione di un solido dalle orme che ha lasciato rotolando su un piano, ecc.

È molto utile anche poter disegnare l'oggetto, ma nel caso dei solidi la cosa risulta ardua per alunni della primaria. Può aiutare in modo soddisfacente la **carta isometrica** (insieme dei nodi di una griglia triangolare), come vedremo in seguito.



LE ORME DEI SOLIDI

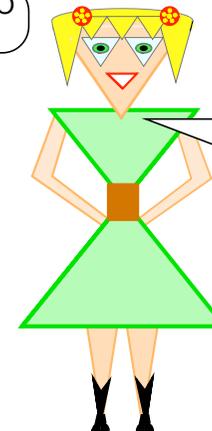
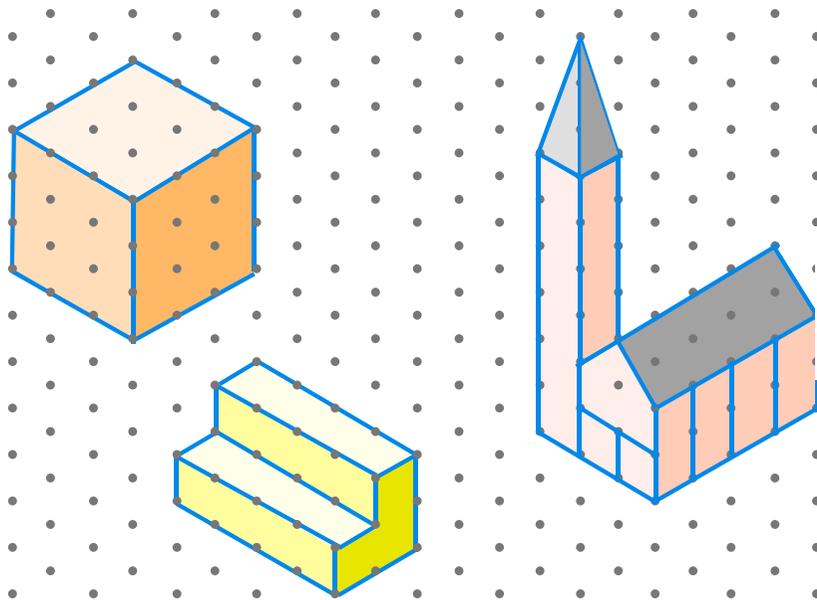
SI GIOCA SU UN TAVOLO COSPARSO DI SABBIA (O DI FARINA ...)
OCCORRE AVERE ALCUNI SOLIDI COMPATTI. L'INSEGNANTE, SENZA
FARSI VEDERE, PRENDE UN SOLIDO E LO FA RUOTARE FACCIA
DOPO FACCIA IN MODO DA LASCIARE UNA TRACCIA VISIBILE.



DOMANDE:
QUALI SOLIDI HANNO
LASCIATO QUESTE ORME?
QUALI E QUANTE FACCE
NON HANNO LASCIATO LA
LORO IMPRONTA?

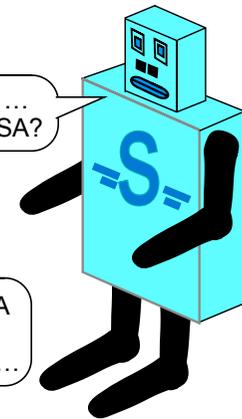
Disegniamo solidi sulla carta isometrica

Ossia: come disegnare bene oggetti 3D.



CARTA ...
CHE COSA?

GRAZIE ALLA
CARTA
ISOMETRICA...

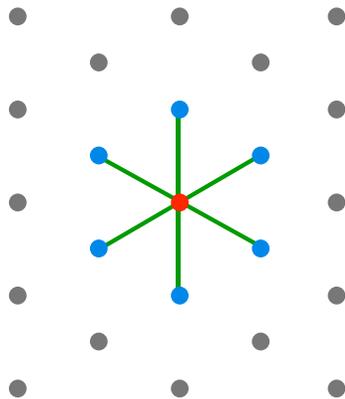


Il segreto della carta isometrica

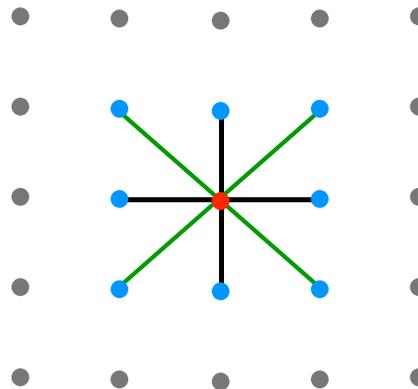
Ce lo spiega Sfera, la nostra fonte di conoscenza.



ISOMETRICA QUI SIGNIFICA CHE OGNI PUNTO DELLA GRIGLIA È A UGUAL DISTANZA DAI SUOI VICINI, CHE SONO 6, DISPOSTI A ESAGONO REGOLARE, MENTRE NELLA GRIGLIA QUADRATA CIÒ NON SUCCEDDE.



Griglia isometrica



Griglia quadrata

Nella griglia quadrata i segmenti verdi sono più lunghi di quelli neri.

FINE LEZIONE 1

gianar76@gmail.com

<http://bit.ly/GeometriaDynamica>