GEOMETRIA DINAMICA

LEZIONE 3

Sapyent

Le dimensioni in matematica

Sapyent

Per l’insegnante

Sono gli alunni stessi che ci hanno spinto a cercare un modo per spiegare il significato di dimensione in ambito matematico.

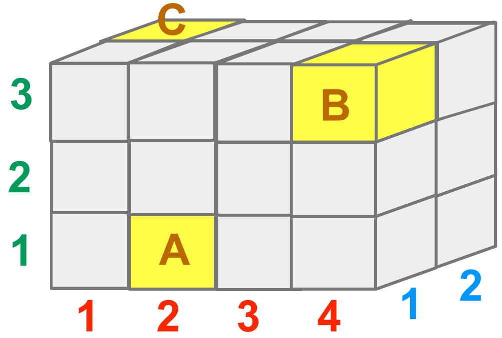
Essi a scuola hanno sentito parlare di figure geometriche 3D, anzi sono proprio loro che hanno usato questa espressione quando abbiamo cercato di far capire la differenza tra le figure del piano e quelle dello spazio.

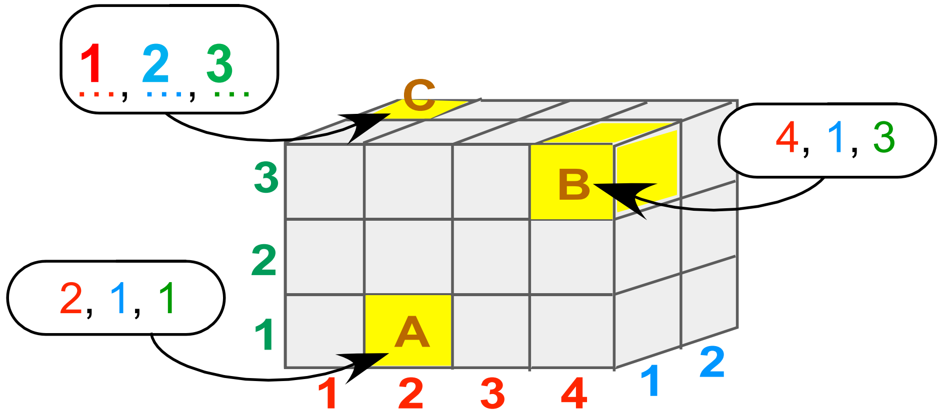
Ormai il termine dimensione è entrato nel loro mondo: lo sentono pronunciare nei videogiochi, sentono addirittura parlare di «quarta dimensione», quindi la scuola deve cercare di darne un senso più preciso, per quel tanto che si può.

Nell’insegnamento della geometria ci può stare e si può addirittura parlare di 3D, 2D, 1D, 0D.

Lo spazio tridimensionale (3D)

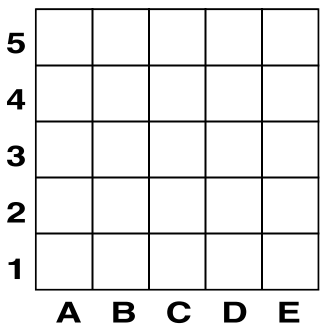
Come determinare la posizione di un cubetto?



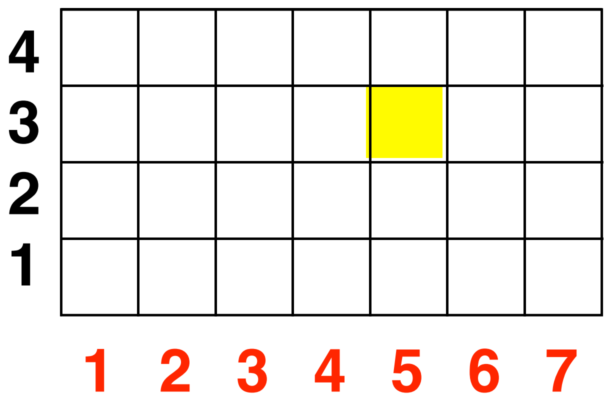


Lo spazio bidimensionale (2D)

La battaglia navale



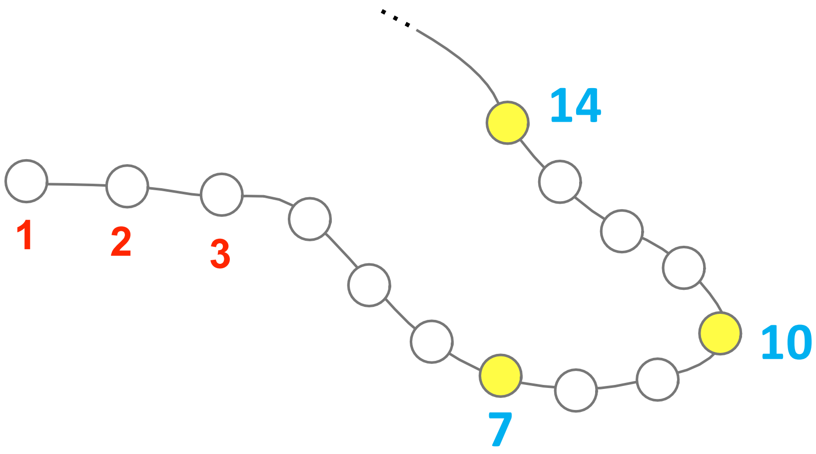
In matematica



Esempio:

quadretto giallo: (5 , 3)

Lo spazio unidimensionale (1D)



Quanti numeri sono necessari per determinare la posizione di un cerchietto?

E infine, attenzione. Esiste anche il mondo a **zero dimensioni (0D).**
È un mondo fermo, costituito da un solo oggetto che non si può muovere!
In geometria è rappresentato da un punto.
Quindi non serve determinare posizioni.

Avete notato? **3**D, **terna** di numeri; **2**D **coppia** di numeri; **1**D **un solo** numero; **0**D **nessun** numero. Così il matematico vede le dimensioni.

Sapyent

In quali dimensioni MONDO (3D, 2D, 1D, 0D) si muovono normalmente gli oggetti ritratti?

3D

1D

3D

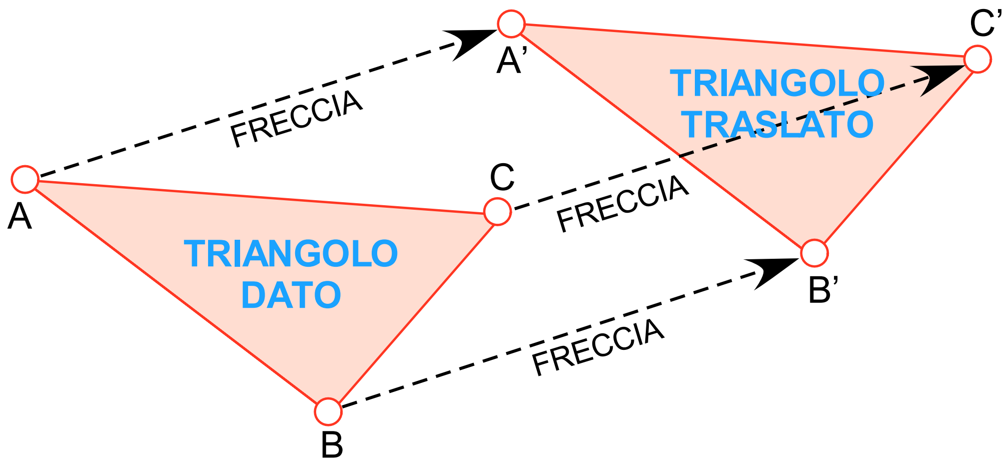
1D

0D

2D

Una nuova trasformazione:
la traslazione

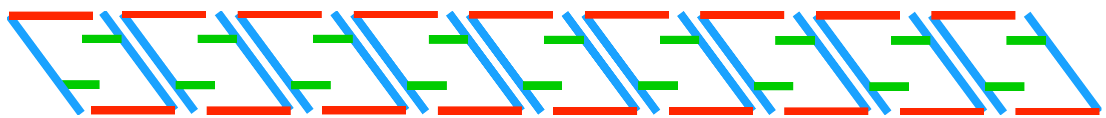
Che cos'è una traslazione

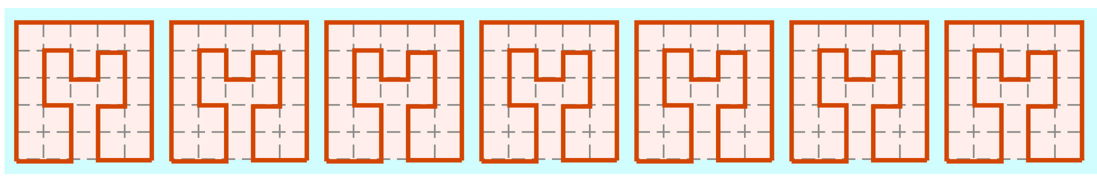


Ogni punto è spostato seguendo la freccia.

Le frecce sono fra loro **parallele** e hanno la **stessa lunghezza**.

Con le traslazioni si possono facilmente ottenere strisce ornamentali.





Sapyent

Le traslazioni nell'arte

Un concetto non facile: l’angolo

Sapyent

Per l’insegnante

Tutti sanno più o meno che cos’è un angolo.

“Sposta questa sedia nell’angolo”, “un angolo del foglio”, “un mobile ad angolo ”, “l’angolo del campo di calcio”, “l’angolo tra due strade”, …
ma difficilmente si conosce bene **l’angolo geometrico**.

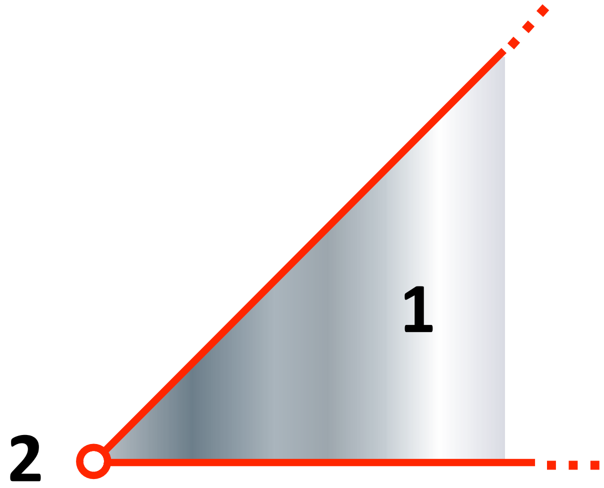
Così sono anche i bimbi che per la prima volta hanno a che fare con un angolo geometrico.

Nella geometria scolastica del piano ci sono due tipi di angolo che occorre conoscere. O meglio, l’angolo è uno, ma si possono dare due interpretazioni a seconda del registro semiotico che si usa.

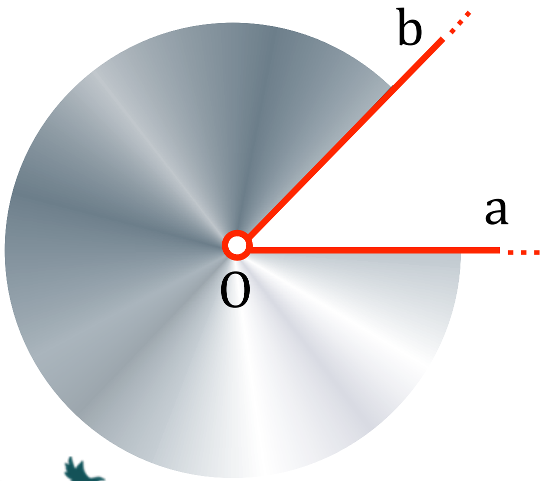
Parliamo dell’angolo come **parte di piano** (visione statica, insiemistica) e dell’angolo di **rotazione**, legato all’omonima trasformazione geometrica.

Alla primaria si usa soprattutto l’angolo come figura piana perché si presta allo studio dei poligoni, ma è auspicabile che gli alunni conoscano anche l’interpretazione dinamica, come angolo di rotazione.

Per l'insegnante

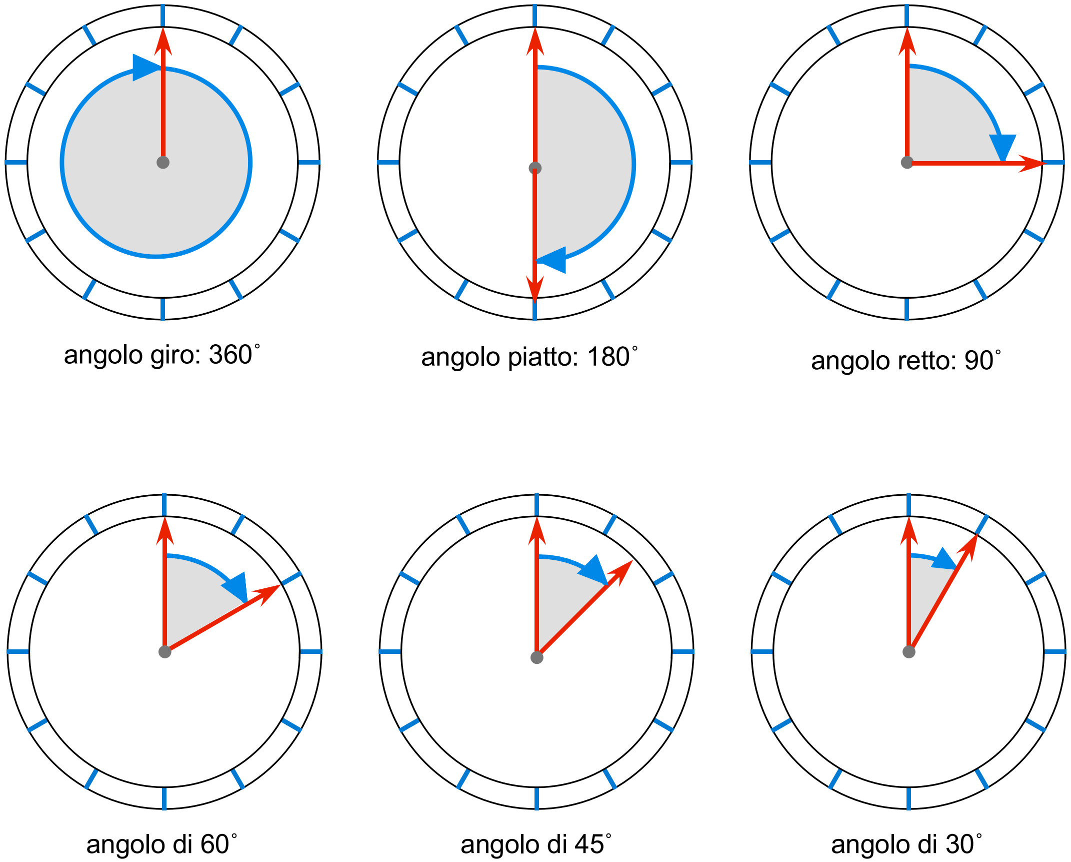


Solitamente lo si descrive come la parte di piano (concetto insiemistico) compresa tra due semirette aventi l'origine in comune. Più correttamente si dovrebbe parlare di **una delle due parti** di piano (1 e 2) …
È la prima figura illimitata che l'alunno incontra, quindi occorre curare le immagini mentali in formazione.
Si può anche definire come intersezione di due semipiani.



Come immagine concreta si può pensare alle lancette di un orologio o alle rotazioni di un'elica. Non c'è necessità di indicare quale delle due possibilità è l'angolo che vogliamo considerare, perché la rotazione può avvenire in senso orario o antiorario.
Geometricamente l'angolo definisce il movimento rotatorio delle semirette a, b di vertice O.

Come misuriamo gli angoli



Consiglio: usare l’angolo di rotazione.

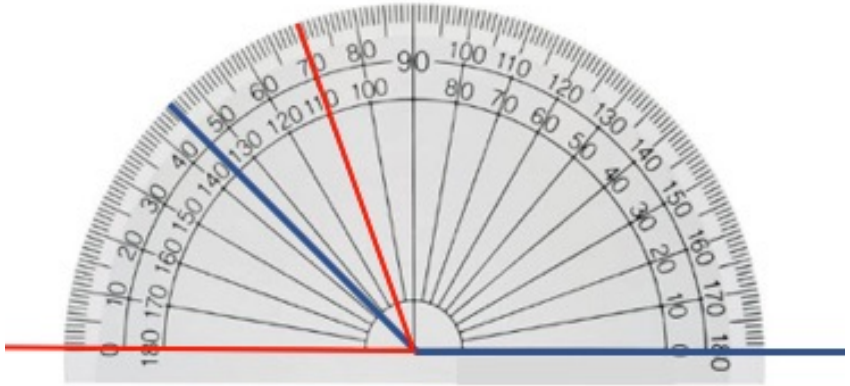
Primo impatto:
gli angoli più usati.

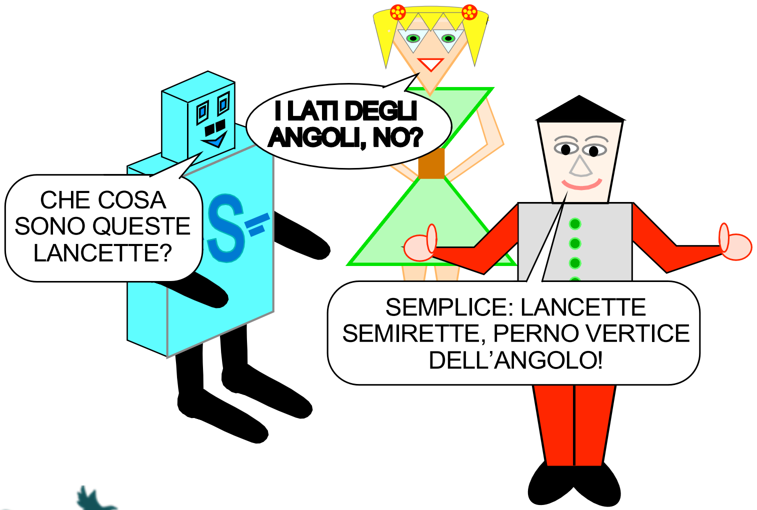
Poi introduzione del goniometro.

Facoltativo:
gradi e primi.
Esempio: 22,5˚ = 22˚ 30’

Sapyent

Gli strumenti geometrici: riga, squadra, compasso e goniometro



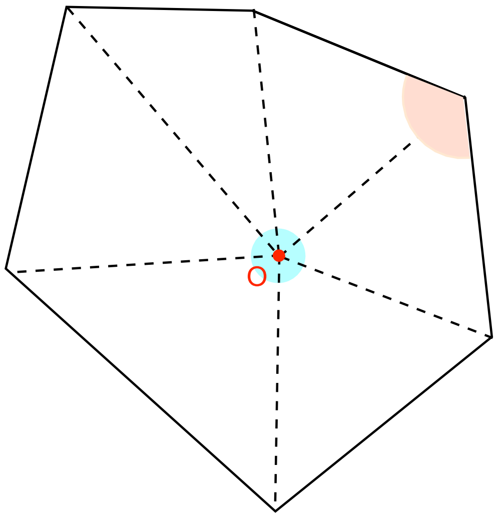


Il goniometro misura gli angoli.

Esempio:
Nella figura, l'angolo blu misura 135° (ottuso), l'angolo rosso misura 70°

Angoli interni di un poligono

Esempio: esagono



Esagono qualunque, 6 lati.
Scegliamo un punto O all'interno e lo congiungiamo con ciascun vertice. Otteniamo così 6 triangoli.

La somma degli angoli interni di un triangolo è 180°.
La somma degli angoli dei 6 triangoli è 180°x 6 = 1080°
A questo va sottratto 360°, cioè la somma degli angoli di vertice O. Quindi: 180°x6 – 360°

In generale: la somma degli angoli interni di un poligono di n lati è:

$180^\circ \times n - 360^\circ$

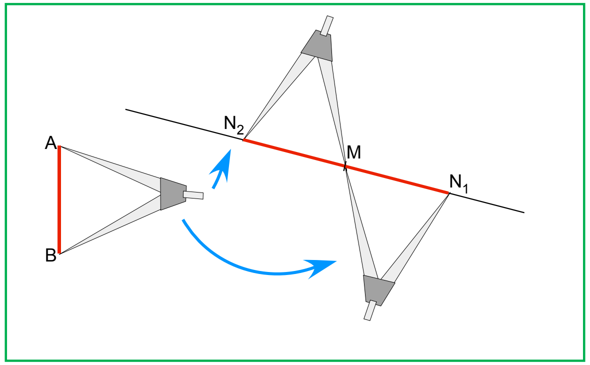
Se il poligono è regolare, quant'è l'ampiezza di un angolo interno?

Esempio: angolo interno di un pentagono reg. : $(180^\circ \times 5 - 360^\circ) : 5 = 108^\circ$

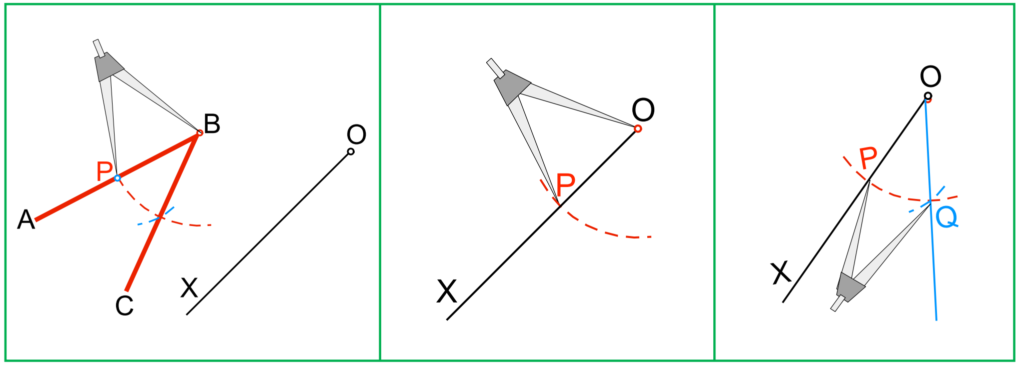
Sapyent

Prime costruzioni geometriche

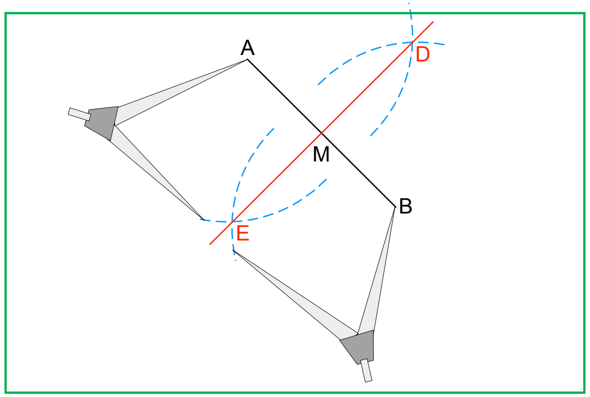
Riportare un segmento di data lunghezza



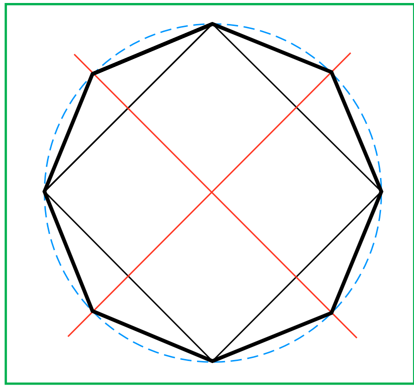
Riportare un un angolo dato a partire da una semiretta



Asse di un segmento



Esempio: Raddoppiare i lati di un poligono reg.



Un quadrato genera un ottagono regolare, il quale genera un poligono di 16 lati, ecc.

Sapyent

Una nuova traformazione:
la rotazione

Sapyent
Volare più alto

Che cos’è una rotazione?

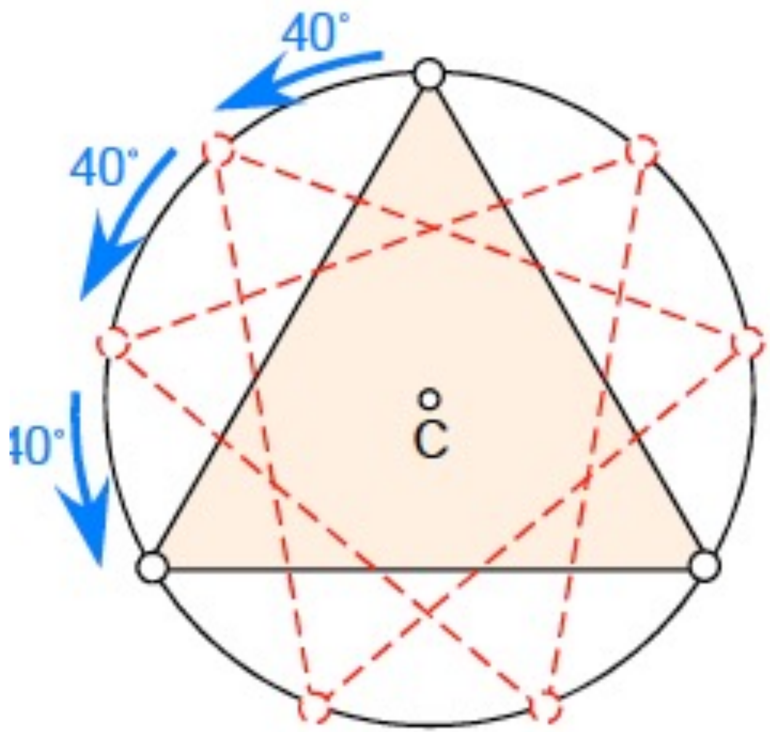
Facciamo ruotare un triangolo equilatero attorno al suo centro.

Nella figura si vedono le rotazioni di angolo 40˚, 80˚ e 120˚.

Il triangolo ruotato di 120˚ si sovrappone esattamente al triangolo iniziale.

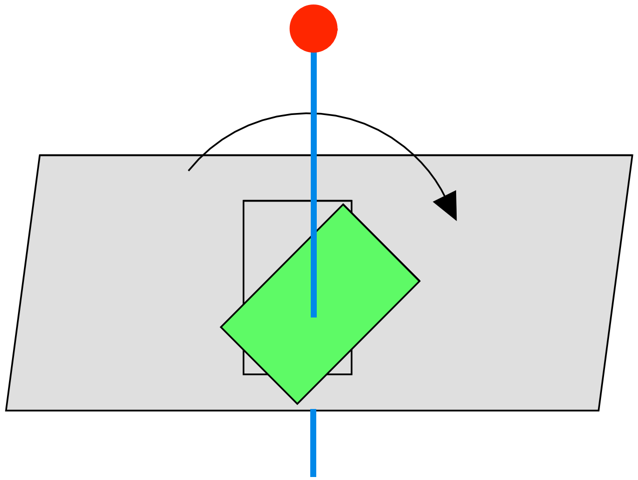
Diciamo che il triangolo equilatero ha una rotazione di 120˚ .

Analogamente il triangolo equilatero ha anche le rotazioni di 240˚ e 360˚.



Il gioco delle rotazioni (continuazione)

Vogliamo scoprire le rotazioni del rettangolo, del quadrato e dell’esagono regolare. Disegniamo queste figure su un foglio di carta colorata e ritagliamo un modellino di ciascuna. Segniamo il loro centro di simmetria.



Con uno spillo appuntiamo nel centro un modellino di rettangolo (o quadrato o esagono) su un cartone orizzontale.

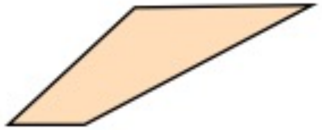
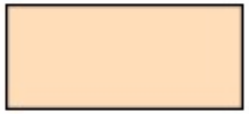
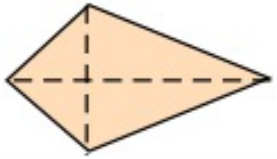
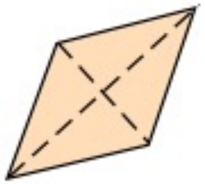
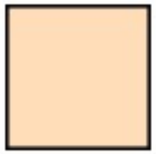
Segniamo sul cartone il contorno di questa figura. Poi cerchiamo gli angoli delle rotazioni che portano il modellino a coincidere esattamente con la sagoma disegnata in partenza: saranno le rotazioni di questa figura.

Rettangolo: 180˚, 360˚ - Quadrato: 90˚, 180˚, 270˚, 360˚

Esagono regolare: 120˚, 240˚, 360˚

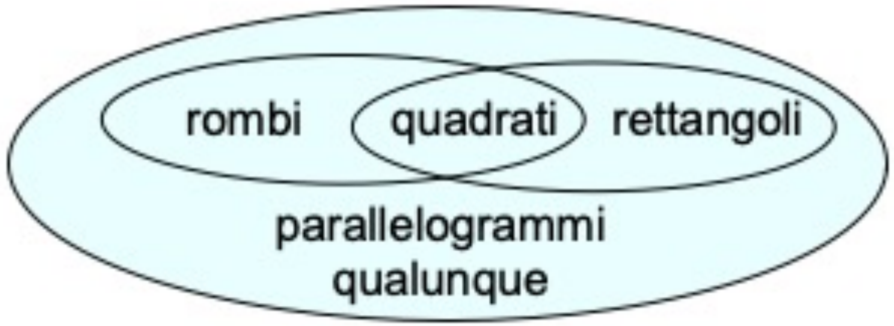
Sapyent

Classificazione di figure piane
Un esempio: i quadrilateri

nome	schizzo	alcune caratteristiche
trapezio		ha almeno due lati paralleli
parallelogrammo		ha un centro di simmetria, ha i lati opposti paralleli e lunghi uguale, gli angoli opposti di stessa ampiezza, …
rettangolo		ha gli angoli retti, …
aquilone		non è un trapezio, ha un asse di simmetria coincidente con una diagonale; ha i lati a due a due lunghi uguali, …
rombo		tutte e due le diagonali sono assi di simmetria fra loro perpendicolari, tutti i lati hanno la stessa lunghezza, gli angoli opposti hanno la stessa ampiezza, i lati opposti sono paralleli, …
quadrato		è rombo e rettangolo

I diagrammi di Eulero-Venn: classificazioni schematiche

Leonhard Euler, svizzero, uno dei maggiori personaggi della storia della matematica, scrisse il saggio «Lettere a una principessa tedesca su diversi argomenti di fisica e di filosofia» (1775), uno dei primi documenti di didattica della matematica.

classificazione generale dei quadrilateri	
classificazione dei parallelogrammi	

Il gioco delle definizioni

Principio basilare: **rifiutiamo** le definizioni rigide e prefissate.

Il gioco consiste nello scegliere un oggetto e cercare di definirlo in modi diversi.

Il valore didattico di questo gioco è notevole. Intanto, come ogni gioco che propone una sfida, stimola fortemente gli alunni a partecipare. Chi sbaglia ha interesse a ricordare e a non ricadere nello stesso errore.

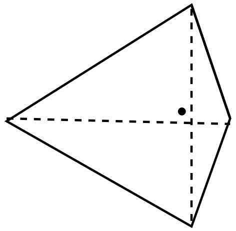
Ogni alunno, a turno, ricopre il ruolo di giocatore e anche di arbitro sorretto, se necessario, dall'insegnante che ha la stessa funzione del VAR calcistico.

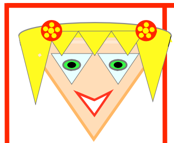
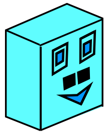
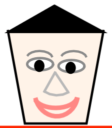
Non è necessario richiedere subito una definizione in senso matematico: basta che la descrizione porti a identificare un solo oggetto.

Più in là si potranno esigere vere definizioni, cioè insiemi di proprietà indipendenti e sufficienti per identificare un unico oggetto matematico.

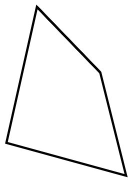
Esempio: giochiamo a definire

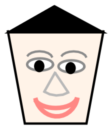
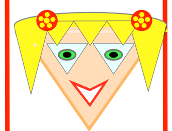
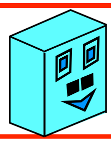
Che cos’è un rombo?



	Quadrilatero con i lati uguali	sì
	Quadrilatero con un centro di simmetria e i lati uguali	sì
	Quadrilatero con le diagonali perpendicolari	no

Che cos’è un trapezio isoscele?

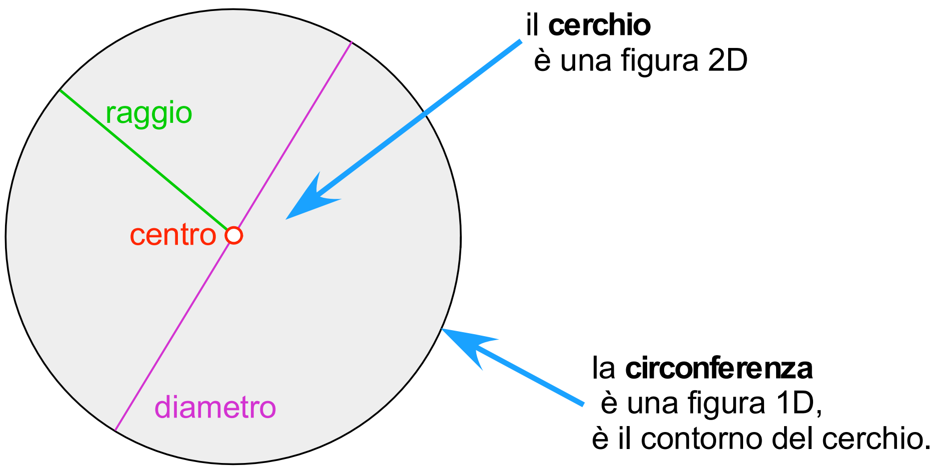


	Trapezio con almeno un asse di simmetria comune a due lati paralleli	sì
	Trapezio non parallelogrammo con due lati uguali	sì
	Quadrilatero non parallelogrammo	no

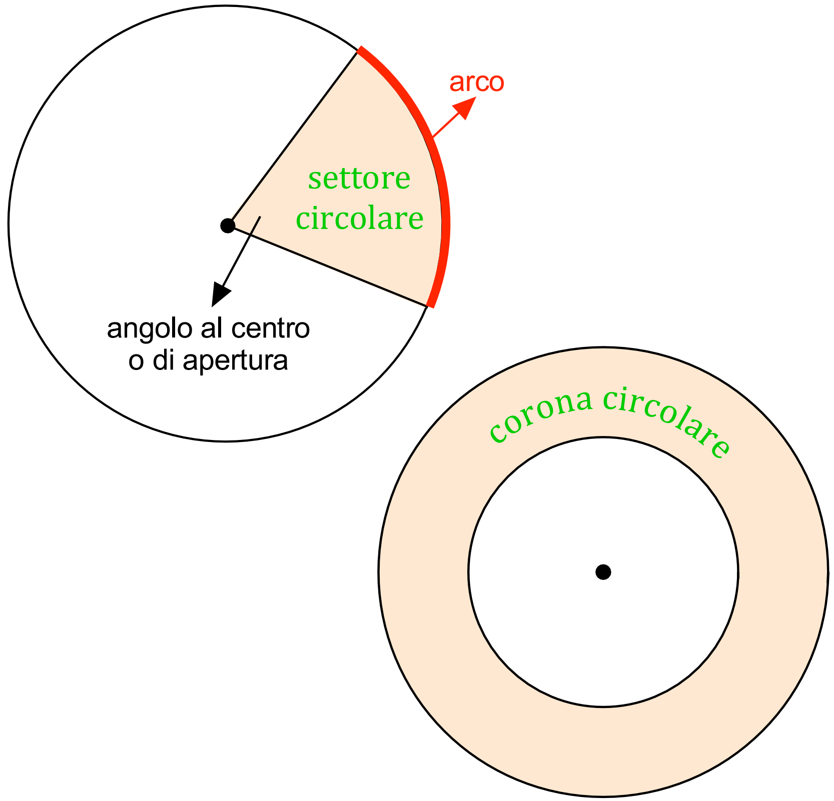
Circonferenza e cerchio

Elementi e terminologia

Tutti sanno che cos'è un cerchio.
Qualcuno lo chiama "circolo",
altri "disco" che deriva dal francese "disque", ma non si deve confondere cerchio con circonferenza.
Ecco un disegno chiarificatore



Due parti di cerchio fra le più note:



Sapyent

Cerchi… ovunque

Cerchio di Itten

Wassily Kandinsky

Cerchio della vita

Immagine del Sole

Cartello stradale

Il numero Pi (π), pi greco

Il nome viene dal greco «περιφέρεια» (periferia), cioè circonferenza.
È il rapporto tra la circonferenza e il suo diametro.

È un numero irrazionale, quindi nel registro decimale è possibile rappresentarlo solo con un’approssimazione razionale. Ecco i primi 10 decimali:

3,14159 26535

Già usato dai Babilonesi con il valore 25/8 (3,125), poi dagli Egizi con l’approssimazione 3,16 (più grossa). Nettamente migliore fu l’intervallo di approssimazione stabilito da Archimede (III sec. a.C.):

223/71 < pi < 22/7 [circa 3,1408 < pi < 3,1428]

Per gli insegnanti: non considerare sempre 3,14, ma invitare gli alunni a usare altre approssimazioni, per esempio: 3 - 3,1 - 3,14 - 3,1416. - le storiche
e abituare gli alunni anche all’uso del simbolo π.

Sapyent

FINE LEZIONE 3

gianar76@gmail.com

http://bit.ly/GeometriaDynamica

Sapyent