

LEZIONE 2

Introduzione teorica

La moltiplicazione

Riflessione teorica

Il passaggio alla moltiplicazione è il più importante perché apre un ampio ventaglio di possibilità sia nella tecnica del calcolo sia nel *problem solving*.

Tutti imparano che la moltiplicazione coincide con un'addizione avente gli addendi fra loro uguali.

Tuttavia questo concetto non sempre è considerato quando si tratta di affrontare le tecniche del calcolo.

Questo vale anche per la divisione.

Riteniamo questa idea di fondo:

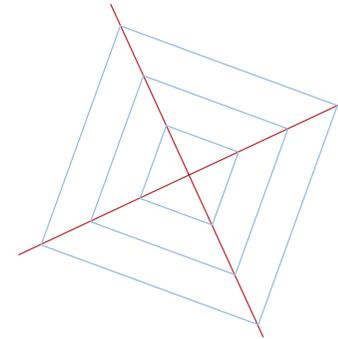
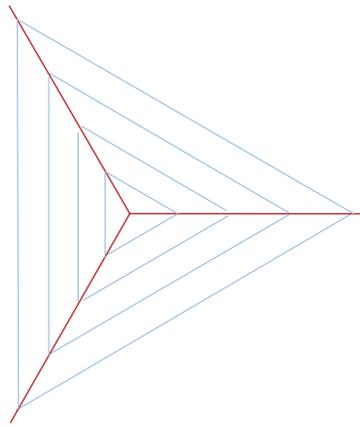
Tutte le quattro operazioni aritmetiche, cioè tutta la struttura fondamentale del calcolo, si basa sull'addizione.

Ma l'addizione l'abbiamo costruita come modo comodo per contare; ne deduciamo che, in ultima analisi, **calcolare** significa **contare**.

Concettualizzazione

(dall'addizione alla moltiplicazione)

Da quad. I-II



3 PARTI DI **4**..... FILI CIASCUNA

$$\text{.....} + \text{.....} + \text{.....} = \text{.....}$$

4 + 4 + 4 = 12

SCRIVIAMO

$$3 \times 4 = 12$$

4 PARTI DI **3**..... FILI CIASCUNA

$$\text{.....} + \text{.....} + \text{.....} + \text{.....} = \text{.....}$$

3 + 3 + 3 + 3 = 12

SCRIVIAMO

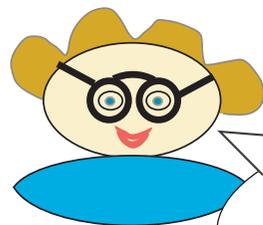
$$4 \times 3 = 12$$

$$3 \times 4 = 4 \times 3 = 12$$

Concettualizzazione

(dall'addizione alla moltiplicazione)

Da quad. III



LA MOLTIPLICAZIONE
È PRIMA DI TUTTO
UN MODO COMODO PER SCRIVERE ADDIZIONI
CON ADDENDI TUTTI UGUALI. PER ESEMPIO:
 $5+5+5+5$ SI SCRIVE 5×4 OPPURE 4×5
SI LEGGE "5 PER 4" OPPURE "4 PER 5"

Capito? Completa la tabella:

INSIEMI	ADDIZIONE	MOLTIPLICAZIONE
6 paia di calze sono	$2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 12$ calze	$2 \times 6 = 12$ calze oppure $6 \times 2 = 12$ calze
5 trii musicali sono	suonatori	
3 quadrifogli hanno	foglie	

Da quad. III

4 settimane sono	$7+7+7+7 = 28$ giorni	$7 \times 4 = 4 \times 7 = 28$
7 biciclette hanno	ruote	



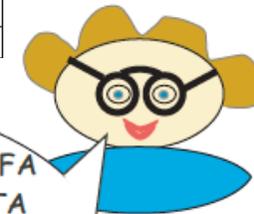
Costruzione di algoritmi (La mitica tavola pitagorica)

x	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100



LA MITICA... CHE?

TAVOLA DETTA "DI PITAGORA",
UN GRANDE SAPIENTE NATO 2600 ANNI FA
NELL'ISOLA GRECA DI SAMOS, OGGI META
TURISTICA, UN TEMPO FAMOSA PER I SUOI
VASI. PITAGORA VIAGGIÒ IN MEDIO ORIENTE
E IN AFRICA E IMPARÒ
MOLTA MATEMATICA.



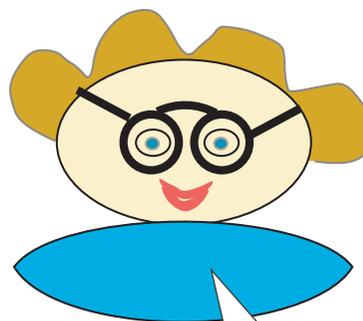
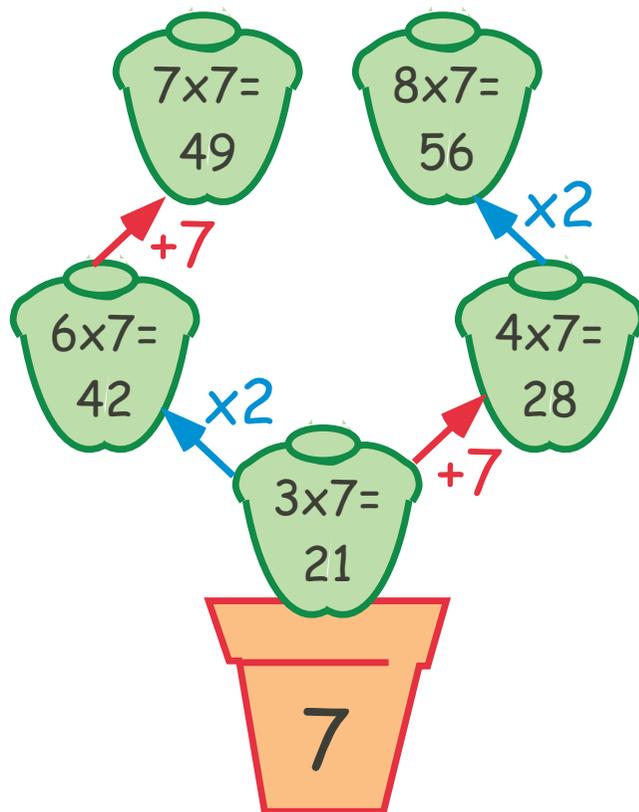
DOVREMO STUDIARE
A MEMORIA TUTTI QUESTI
NUMERI?



IO LI COSTRUISCO:
 $7 \times 2 = 7 + 7 = 14$, $7 \times 3 = 14 + 7 = 21$,
 $7 \times 4 = 21 + 7 = 28$, ...
COSTRUIENDO SI RICORDA!

Costruiamo le tabelline

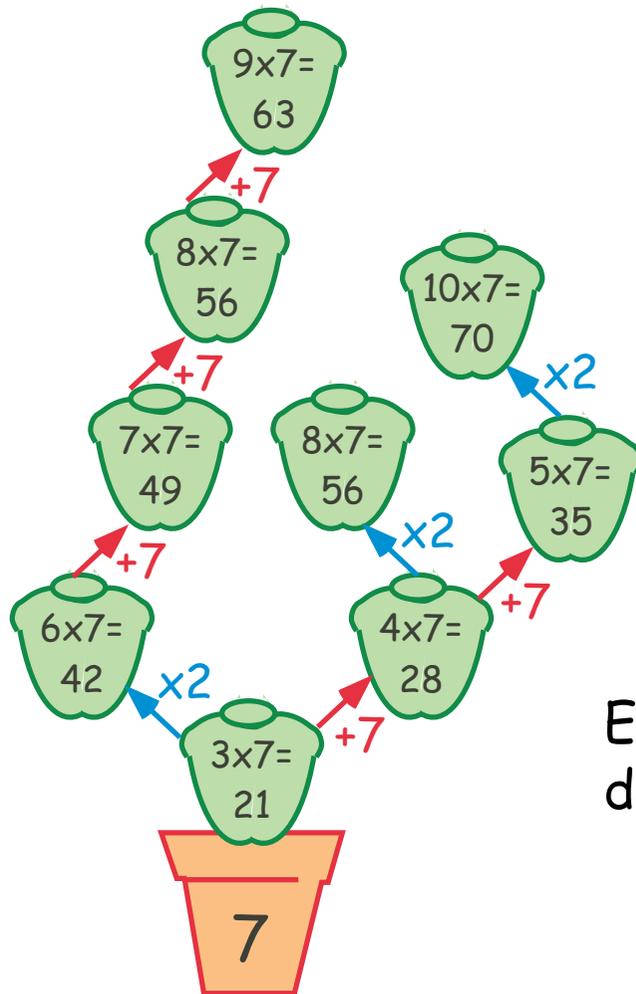
Da quad. III



TI PIACE LA MIA
NUOVA PIANTA?
È UNA COLOCASIA
TABELLINIS

Costruiamo le tabelline

Da quad. III



Ercolino
l'ha ampliata così

E Genoveffa ne vorrebbe altre,
del 5, del 6, dell'8 e del 9!

Costruzione personale delle tabelline

Proposta quad. III

Ogni alunno riceve una tavola pitagorica completa ed è invitato a cancellare le tabelline che conosce bene.

Le più facili, subito, le altre a mano a mano che riesce a memorizzarle.

Procedendo, rimarranno solo i risultati più difficili: un'ultima sfida.

Quando saranno tutti cancellati, il gioco è fatto!

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Stadio iniziale

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Stadio intermedio

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Stadio finale

Per gli insegnanti

Oltre alle tabelline, vale la pena di calcolare ed eventualmente memorizzare qualche quadrato oltre il 100. Per esempio:

$$11 \times 11 = 11 \times 10 + 11 = 110 + 11 = 121$$

$$12 \times 12 = 12 \times 10 + 12 \times 2 = 120 + 24 = 144$$

$$15 \times 15 = 15 \times 10 + 15 \times 5 = 150 + 75 = 225$$

$$20 \times 20 = 400 ; 30 \times 30, \text{ ecc.}$$

$$25 \times 25 = 25 \times 20 + 25 \times 5 = 500 + 125 = 625$$

Esempi di applicazione nei calcoli:

$$12 \times 13 = 12 \times 12 + 12 = 144 + 12 = 156$$

$$15 \times 17 = 15 \times 15 + 30 = 225 + 30 = 255$$

Combinare moltiplicazione con addizione e sottrazione è un gioco divertente e proficuo.

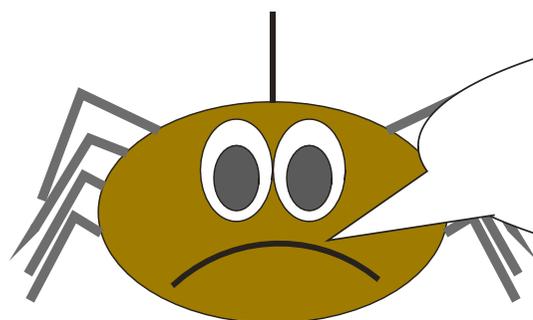
Costruzione e fissazione di algoritmi (distributività della moltiplicazione)

Da quad. IV-V

Ricorda! Per calcolare 238×4 , se vuoi scomporre 238 in $200 + 30 + 8$, devi poi moltiplicare per 4 **ogni** addendo:

$$(200+30+8) \times 4 = 200 \times 4 + 30 \times 4 + 8 \times 4 = 800 + 120 + 32 = 952$$

Potresti però anche moltiplicare due volte per 2, oppure ...



PARLI BENE TU!
HO PROVATO A SEGUIRE IL TUO CONSIGLIO PER
CALCOLARE 386×27 .
 $(300+80+6) \times (20+7) = 300 \times 20 + 300 \times 7 + \dots$ AIUTOOOO!

Costruzione e fissazione di algoritmi

(la moltiplicazione con la tabella)

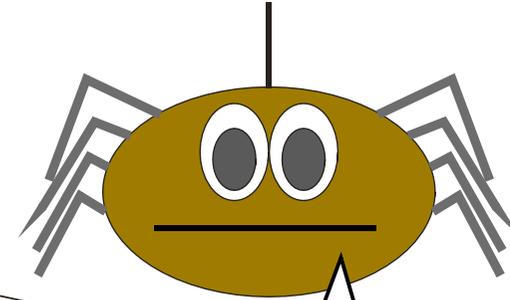
×	300	80	6
20	6000	1600	120
7	2100	560	42

Eseguiamo le moltiplicazioni nelle caselle e infine sommiamo tutti i risultati della tabella:

$$\begin{aligned}
 &6000 + (2100 + 1600) + (560 + 120) + 42 = 6000 + 3700 \\
 &+ 680 + 42 = 9700 + 600 + 80 + 42 = \\
 &= 10'380 + 42 = 10'422
 \end{aligned}$$



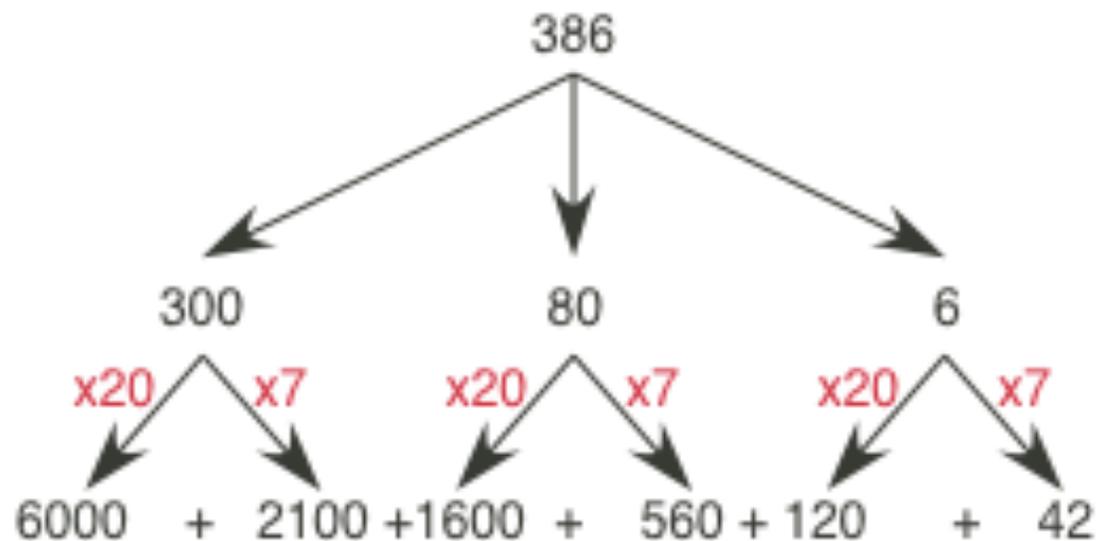
GENIALE!
COSÌ ANCHE UNA MOLTIPLICAZIONE LA PUOI
TRASFORMARE IN ADDIZIONE.



CARO FILI,
NON È AFFATTO
UNA NOVITÀ!

Costruzione e fissazione di algoritmi

(l'albero che schematizza la proprietà distributiva)



Dunque: $386 \times 27 = 9700 + 680 + 42 = 10'380 + 42 = 10'422$

[Altri metodi: quello degli Egizi, interessante, e quello “in colonna”, più conosciuto. Tutti presentati sul quaderno di IV-V]

Altri esempi

Da quad. IV-V

Attenzione: i risultati non sono garantiti.

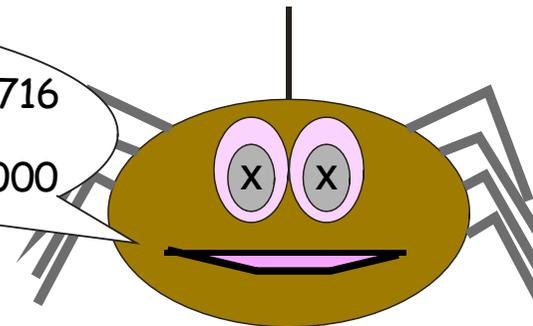
$328 \times 64 = 20'992$	$199 \times 84 =$	$274 \times 111 = 30'414$
$121 \times 121 = \del{14'461}$	$25 \times 35 \times 4 =$	$125 \times 57 \times 8 =$

↓
14'641

IO HO FATTO COSÌ:

$$199 \times 84 = 200 \times 84 - 84 = 16'800 - 84 = 16'716$$

$$125 \times 57 \times 8 = (125 \times 8) \times 57 = 1000 \times 57 = 57'000$$



Tecniche raffinate

Prendiamo spunto dall'intervento di Ercolino:

$$125 \times 57 \times 8 = (125 \times 8) \times 57 = 1000 \times 57 = 57'000$$

È utile ricordare che:

$$2 \times 5 = 10 \ ; \ 2 \times 50 = 100 \ ; \ 4 \times 25 = 100 \ ; \ 8 \times 125 = 1000 \ ; \ 4 \times 250 = 1000 \ ; \ 2 \times 500 = 1000$$

Come sfruttare questi semplici risultati?

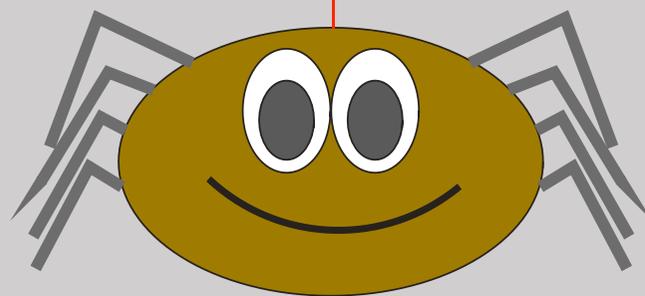
$$4 \times 97 \times 25 = (4 \times 25) \times 97 = 100 \times 97 = 9700$$

$$6 \times 133 \times 5 = (3 \times 2) \times 133 \times 5 = (2 \times 5) \times (3 \times 133) = 10 \times 399 = 3990$$

$$25 \times 68 = 25 \times (4 \times 17) = (25 \times 4) \times 17 = 100 \times 17 = 1700$$

$$68 \times 25 = (68 \times 100) : 4 = (6800 : 2) : 2 = 3400 : 2 = 1700$$

$$28 \times 750 = (7 \times 4) \times (250 \times 3) = (4 \times 250) \times (7 \times 3) = 1000 \times 21 = 21'000$$



ESERCIZIO

Esempi di moltiplicazioni

$$24 \times 7 = (20 + 4) \times 7 = 20 \times 7 + 4 \times 7 = 140 + 28 = 168$$

$$35 \times 29 = 35 \times (30 - 1) = 35 \times 30 - 35 = 1050 - 35 = 1015$$

Con la tabella: $278 \times 35 = ?$

x	200	70	8
30	6000	2100	240
5	1000	350	40

$$\begin{aligned} & 6000 + (2100 + 1000) + (240 + 350) + 40 = \\ & = 6000 + 3100 + 590 + 40 = \\ & = 9100 + 590 + 10 + 30 = 9700 + 30 = 9730 \end{aligned}$$

Dunque: $278 \times 35 = 9730$

$$75 \times 52 = (25 \times 3) \times (13 \times 4) = (25 \times 4) \times (13 \times 3) = 100 \times 39 = 3900$$

$$\begin{aligned} 30 \times 58 \times 35 &= (5 \times 3 \times 2) \times (29 \times 2) \times (5 \times 7) = (5 \times 5) \times (2 \times 2) \times (21 \times 29) = \\ &= (25 \times 4) \times (630 - 21) = 100 \times 609 = 60'900 \end{aligned}$$

Altre moltiplicazioni per esercizio

Attenzione: risultati non garantiti.

$$58 \times 8 = [464]$$

$$67 \times 7 = [469]$$

$$45 \times 64 \times 105 = [60'480]$$

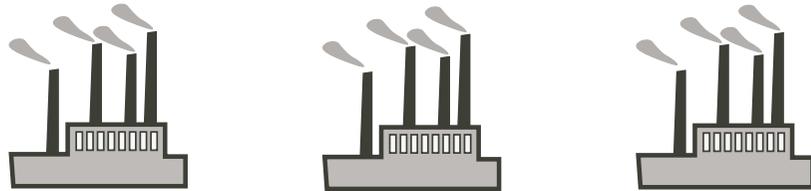
$$287 \times 43 = [12'341]$$

$$458 \times 67 = [30'886]$$

Esempi di problemi

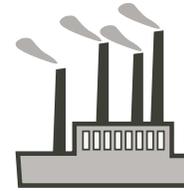
Da quad. I-II

QUANTE CIMINIERE ?



SCRIVI IL CALCOLO USANDO SOLO IL +

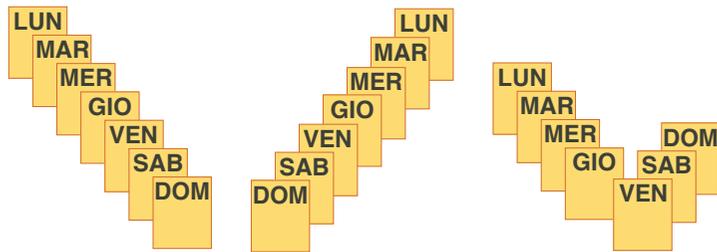
.....



SCRIVI IL CALCOLO USANDO SOLO IL x

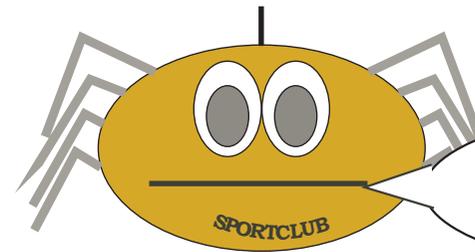
.....

QUANTI FOGLIETTI ?



SCRIVI IL CALCOLO COME PREFERISCI

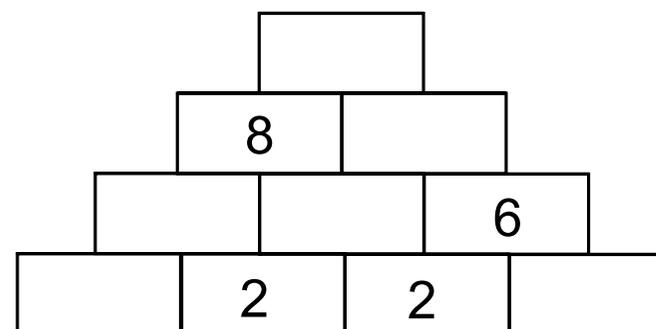
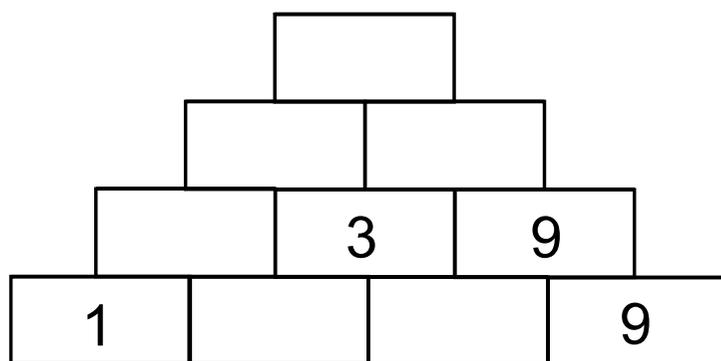
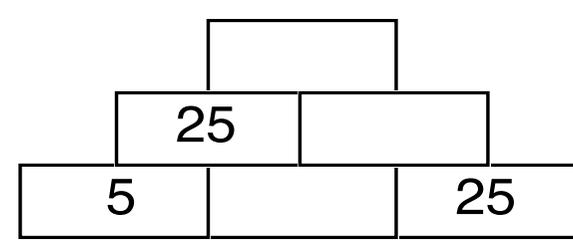
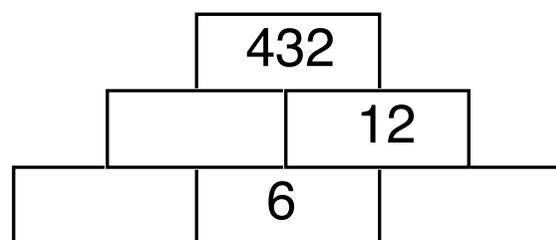
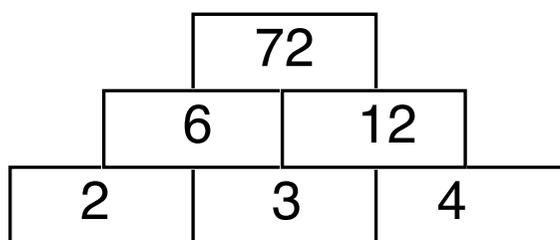
.....



FINALMENTE SI PUÒ SCRIVERE
COME SI VUOLE!
IO PREFERISCO IL PER: È MOLTO PIÙ
COMODO.

Le piramidi del "per"

Osserva bene la prima piramide e di conseguenza, completa le altre.



CORIANDOLI

FE III

Sabato sera i nostri amici parteciperanno al Carnevale Estivo (...). Decidono di fabbricare coriandoli, ritagliando fogli rettangolari a quadretti. Ogni coriandolo sarà un quadretto. (...)



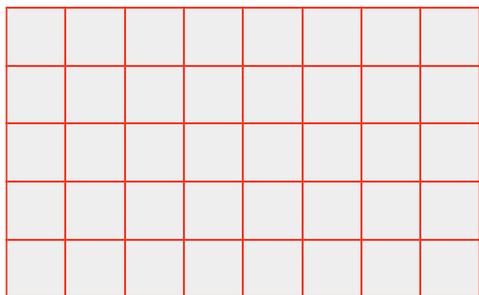
Quanti coriandoli ottiene Filiberto da un foglio di 5 righe e 13 colonne?

Da un foglio Filiberto è riuscito a ricavare 105 coriandoli. Quante righe e quante colonne potrebbe aver avuto il foglio intero?

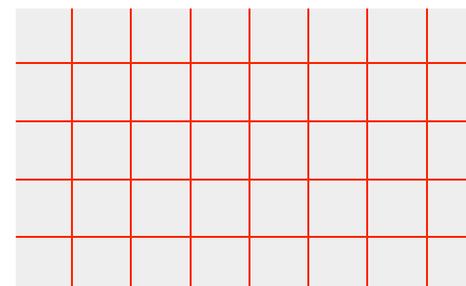
Anche Filiberto si lascia contagiare dalla mania delle domande e chiede: “Su un foglio ho eseguito in tutto 11 tagli. Quanti coriandoli ho ottenuto?”

CORIANDOLI. Qualche dritta sulla situazione.

FE III



8 colonne e 5 righe.
Coriandoli:
 $8 \times 5 = 40$



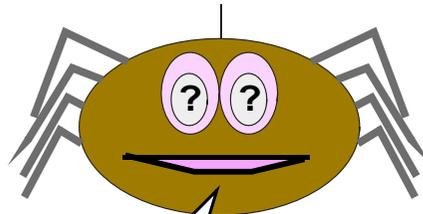
8 colonne e 5 righe.
Tagli:
 $(8 - 1) + (5 - 1) = 11$

105 coriandoli: $105 = 3 \times 5 \times 7 = \mathbf{15 \times 7 = 21 \times 5 = 35 \times 3}$ **colonne e righe**

Con 11 tagli:

verticali	orizzontali	coriandoli
9	2	$10 \times 3 = 30$
8	3	$9 \times 4 = 36$
7	4	$8 \times 5 = 40$
6	5	$7 \times 6 = 42$

I giochi di Ercolino



PRENDI 4 NUMERI CONSECUTIVI, COME 7, 8, 9, 10
 MOLTIPLICA I DUE MEDI: $8 \times 9 = \dots\dots\dots$
 MOLTIPLICA I DUE ESTREMI: $7 \times 10 = \dots\dots\dots$
 CALCOLA LA DIFFERENZA TRA I DUE RISULTATI: OTTERRAI 2.
 PROVA CON ALTRI 4 NUMERI CONSECUTIVI ANCHE PIÙ GRANDI:
 SE NON TROVI 2 O HAI SBAGLIATO, O HAI FATTO UNA SENSAZIONALE
 SCOPERTA MATEMATICA!

Il gioco procede

Prendi 4 numeri in modo che la differenza tra due vicini sia sempre 2 e procedi come prima. Che risultato trovi? Prova con altri 4 numeri. Che cosa osservi?

Infine

Prendi 4 numeri in modo che la differenza tra due vicini sia sempre 3 e procedi come prima. Che risultato trovi? Prova con altri 4 numeri. Che cosa osservi?

(Terna vincente: 2 – 4 – 18)

FINE LEZIONE 2